5. LA DIDATTICA DEI PROBLEMI

5.1. CONDIZIONI MINIME NECESSARIE PER UNA BUONA DIDATTICA SUI PROBLEMI AD UNA OPERAZIONE

Possiamo dire che, all'interno del nostro progetto, molti dei progressi realizzati tra il 1980 e il 1990 nelle percentuali di riuscita nella risoluzione dei problemi ad una operazione dipendono da:

- le strategie didattiche adottate per la costruzione dei significati delle operazioni e, più in generale, dei concetti matematici che intervengono nella risoluzione dei problemi;
- i progressi registrati nella gestione delle varie fasi del processo risolutivo (la "parafrasi del testo" per favorire il processo di comprensione, la verbalizzazione del processo risolutivo al fine di "rallentare" il processo di pensiero e tenerlo sotto controllo...)
- l'individuazione di patologie nel rapporto tra testo del problema e risoluzione (come quella del "cortocircuitamento") e dei modi per fare fronte ad esse.

In particolare, possiamo riassumere così le indicazioni che emergono dalla ricerca svolta tra il 1980 e il 1990:

a) Comprensione del testo: è utile richiedere la parafrasi del testo o anche (soprattutto nel primo ciclo) il disegno della situazione problematica. E' anche utile fare partecipare i bambini alla formulazione di testi di problemi (a partire dalle situazioni problematiche), in modo da renderli consapevoli del fatto che un testo di problema ha a monte una situazione problematica. Su questo punto, vedi più avanti, a proposito della "costruzione dei problemi dall'interno delle situazioni problematiche";

b) Costruzione dei significati delle operazioni e dei concetti che intervengono nella risoluzione dei problemi matematici: occorre che il bambino raggiunga una padronanza salda dei significati principali delle operazioni aritmetiche e di concetti come quello di angolo, di misura di una lunghezza, ecc.

Per ottenere risultati positivi per più del 90% dell'utenza non bastano le attività normalmente previste sui libri di testo,

... che appaiono adatte per mettere molti bambini in condizione di risolvere un problema come:

"Elena ha 50 caramelle e ne regala 16; quante caramelle le restano? "o un problema come: *"La mamma di Lucia distribuisce 48 caramelle alla festa del compleanno di Lucia; ognuno dei 16 bambini presenti alla festa riceve lo stesso numero di caramelle. Quante caramelle riceve ogni bambino?* "o un problema come: *Quanti pacchetti-regalo contenenti 12 caramelle ciascuno può confezionare Stefano con 48 caramelle?"*

...ma non adatte per mettere praticamente tutti i bambini in grado di risolvere problemi del tipo:

"Elena ha a disposizione un periodo di riposo di 50 giorni, ne sono già passati 16; quanti giorni di ferie può ancora utilizzare?"

"La maestra ha un rotolo di nastro lungo 48 metri, lo taglia in parti uguali per darli ai 16 bambini della classe; quanto è lungo il pezzo di nastro che riceve ogni bambino?"

"Quanti autobus che occupano 11 metri l'uno possono essere posteggiati lungo un marciapiede di 48 metri?"

...e tantomeno adatte per mettere oltre il 90% dei bambini in grado di risolvere problemi del tipo:

"Elena paga con un biglietto da 50 mila lire un libro che costa 16 mila lire; quanto le deve dare di resto il negoziante?"

"Quindici anni fa Elena ha acquistato per 56 milioni un piccolo appartamento in un luogo di villeggiatura, adesso lo rivende per 150 milioni. Quanto realizza in più Elena rispetto al prezzo pagato quindici anni fa?";

"Un'auto di grossa cilindrata percorre l'autostrada a velocità costante; in 16 minuti percorre 48km. Quale è la sua velocità?"

ecc. ecc.

In base alla nostra esperienza, IN ALTERNATIVA (alternativa particolarmente rigorosa dalla I alla III) alle attività proposte sui libri di testo occorre proporre problemi all'interno di esperienze vissute a fondo dai bambini e riguardanti i più importanti significati delle operazioni e i più importanti concetti matematici. Ciò può essere facilitato dal lavoro sistematico e prolungato nel tempo in "campi di esperienza" (come quello del "calendario", o quello degli scambi denaro/merce, o quello delle ombre del sole, o quello della storia degli ultimi 100 anni) in cui senza grosse forzature è possibile proporre problemi che riguardano le basi concettuali (significati delle operazioni, ecc.) della risoluzione dei problemi.

c) Varietà delle forme di rappresentazione che i bambini devono essere in grado di utilizzare: in relazione anche al loro stile cognitivo (oltre che alla natura dei problemi proposti) i bambini devono essere abituati fin dal I ciclo a scegliere il "linguaggio" più adatto a loro ed al problema (linguaggio verbale, e/o linguaggio dell'aritmetica, e/o linguaggio dei grafi);

d) Ruolo specifico della verbalizzazione: mentre la verbalizzazione durante la risoluzione di un problema deve essere PROPOSTA ma non IMPOSTA, in quanto può essere uno strumento utile (ma si constata che certi bambini preferiscono ricorrere ad altri linguaggi), la verbalizzazione è NECESSARIA e deve essere PRETESA in fase di rendiconto della strategia scelta e in fase di riflessione e confronto di strategie, quindi con compiti di comunicazione (per rendere accessibile all'insegnante e ai compagni il proprio ragionamento) e di strumento di consapevolezza sul proprio lavoro;

e) Uso dei problemi aritmetici senza dati numerici esplicitati: essi sono utilizzabili per sollecitare i bambini a ragionare sulle operazioni da fare, evitando la combinazione a caso dei dati numerici; possono inoltre facilitare la visione complessiva del procedimento risolutivo come strategia che collega i dati al risultato da raggiungere.

f) Necessità che progressivamente, fin dalla classe I, si stabilisca un "contratto" chiaro con i bambini (e possibilmente con le famiglie) per quanto riguarda il rapporto tra "tecniche" e "significati", tra "esecuzione delle operazioni e "scelta delle operazioni"; la diffusione delle calcolatrici e dei calcolatori consente di chiarire in modo facilmente comprensibile queste differenze:
nessun calcolatore (nemmeno il più costoso e potente) è attualmente in grado di risolvere un problema del tipo di quelli citati prima in b), mentre il calcolo delle operazioni decise dal risolutore è eseguibile con calcolatrici che costano poche migliaia di lire;

g) Opportunità della legittimazione (anzi, sollecitazione, attraverso il confronto!) della varietà delle strategie risolutive: essa contribuisce a sviluppare nei bambini l'idea che risolvere un problema non consiste nel "ricordare come si fa", e incoraggia ogni bambino a "trovare la sua strada".

h) Necessità di curare la qualità più che la quantità dei problemi svolti in classe: purchè siano "coperti" i principali significati delle operazioni e i principali concetti, lo svolgimento a fondo di pochi problemi ben diversificati e ben inseriti nei "campi di esperienza" più adatti (come il campo di esperienza delle ombre, o quello economico, o quello storico) ha effetti più profondi dello svolgimento di molti problemi fittizi, che più facilmente rischiano di sviluppare meccanismi di memorizzazione di "modi per risolvere".

5.2. PROBLEMI MATEMATICI COMPLESSI E SPECIFICHE DIFFICOLTÀ (QUADRO TEORICO DI RIFERIMENTO E IPOTESI PROGETTUALI)

5.2.1. Quadro teorico di riferimento

Se consideriamo un problema impegnativo (di cui si è capito il testo) fondamentalmente come una "domanda", il processo risolutivo si configura come un atto di scelta, espresso in una forma linguistica appropriata, tra le alternative possibili suggerite dalla situazione problematica a cui si riferisce la domanda; e tale atto di scelta può essere "elementare" e ridursi all'operazione che appare più adeguata (nei problemi ad una operazione, o nel caso delle singole domande intermedie eventualmente formulate per i problemi a più operazioni), mentre consiste in un processo costruttivo complesso (fatto di domande auto-poste opportunamente concatenate con le risposte ad altre domande auto-poste) nel caso dei problemi a più operazioni.
In termini di IPOTESI, risolvere un problema vuoi dire quindi produrre una ipotesi" (come *"risposta a una domanda... prodotta scegliendo tra alternative possibili");* e la distinzione tra problemi ad una operazione e problemi a più operazioni consiste essenzialmente nel grado di complessità del processo di produzione dell'ipotesi risolutiva; una difficoltà specifica dei problemi a più operazioni consiste nel fatto che in essi tale processo di produzione richiede una maggiore autonomia e capacità di iniziativa costruttiva (passaggio da domande etero-poste a domande auto-poste).

5.2.2. Necessità di un terreno su cui possa naturalmente esercitarsi, e (se necessario)

essere sostenuto dall'insegnante, il meccanismo di costruzione delle "ipotesi progettuali" che intervengono nella risoluzione dei problemi complessi

In analogia con quanto visto a proposito della produzione dei testi e della comprensione dei testi, possiamo dire che per raggiungere gli obiettivi di apprendimento più impegnativi nel campo della risoluzione dei problemi occorre creare un "ambiente di apprendimento" con queste due caratteristiche:

- i processi mentali dell'alunno necessari per il suo successo vengono naturalmente sollecitati per caratteristiche intrinseche delle consegne che è possibile proporre all'interno dell'ambiente di apprendimento;
- in caso di difficoltà, tali processi dell'alunno sono accessibili alla mediazione individualizzata dell'insegnante, che li sostiene senza però sostituirsi completamente all'alunno, ma incoraggiando e orientando i suoi sforzi.

Nel caso dei problemi complessi,

...se è vero che la risoluzione consiste nella costruzione di una ipotesi progettuale complessa che richiede di compiere "movimenti mentali" dalla situazione problematica, all'obiettivo (o agli obiettivi) da raggiungere, ai dati (insiti nella situazione problematica) necessari per raggiungere l'obiettivo, a eventuali tappe intermedie che ristrutturino la situazione problematica avvicinandola all'obiettivo, ecc.

...se è vero tutto ciò, occorre creare un "ambiente di apprendimento" in cui l'obiettivo (o gli obiettivi) da raggiungere siano immediatamente comprensibili al bambino, e i dati necessari siano in gran parte "nascosti" in modo che lo sforzo per individuarli sia uno sforzo costruttivo (e non solo di scelta tra i dati già disponibili), e le tappe intermedie abbiano un significato preciso di ristrutturazione della situazione problematica e di "ponte" nell'avvicinamento all'obiettivo che si vuole raggiungere. In tale ambiente l'azione dell'insegnante non dovrà consistere nello "spiegare" o nel "ristrutturare la situazione problematica" (attraverso "domande intermedie"), ma dovrà essere prevalentemente di stimolo, di messa in evidenza di eventuali contraddizioni, di richiamo degli obiettivi da raggiungere.... quindi, per quanto possibile, non sostitutiva dell'attività progettuale dell'alunno.

La costruzione dei problemi dall'interno delle situazioni problematiche ci sembra rispondere in modo egregio a queste esigenze.

5.3. L'INDICAZIONE DIDATTICA PRINCIPALE: COSTRUZIONE DEI PROBLEMI DALL'INTERNO DELLE SITUAZIONI PROBLEMATICHE. ESEMPIO E RIFLESSIONI.

A partire da una situazione problematica che richiede ad esempio la preparazione in classe di una torta, appaiono possibili tre tipi di consegne:

A) <u>PROBLEMA STANDARD</u> (testo fornito dall'insegnante, in cui sono contenute le informazioni e i dati necessari alla risoluzione e a cui segue l'esplicitazione dell'obiettivo, sotto forma di domanda o di comando; risoluzione individuale da parte degli alunni). Ad es.:

"La maestra ha comprato gli ingredienti per fare la torta al cioccolato: la farina che costa lire 1190, lo zucchero a lire 1690, il burro a lire 1790, le 4 uova a lire 400 l'una, mezzo litro di latte a lire 950, una scatola di cacao a lire 900 e il lievito a lire 450. Quanto ha speso in tutto la maestra?

Immaginiamo di proporre questo problema ad un bambino non addestrato a risolvere problemi simili: che cosa deve fare il bambino? Deve innanzitutto comprendere il testo. Che cosa significa questo? Il bambino deve attribuire un significato a ciascun termine del testo, riportando i dati numerici al loro referente semantico. In altre parole, deve ricostruire la situazione problematica. Questo deve permettergli, ad esempio, di capire che il prezzo delle uova si riferisce ad un uovo e che per preparare la torta ci voglio 4 uova.

Si può aggiungere che il bambino (per produrre una strategia risolutiva corretta) deve individuare le relazioni fra i dati presenti nel testo del problema, riconoscendo congruenti certe operazioni e non altre. All'interno dell'operazione individuata deve riconoscere gli elementi da prendere in considerazione (ad esempio, non 1190 + 1690 + 1790 + 4 + 400 + ... !). Deve perciò concatenare più operazioni mentali (in questo esempio, ripetere 4 volte il prezzo di un uovo).

Si può comprendere che le operazioni mentali richieste al bambino sono notevoli: si tratta di progettare una risoluzione partendo da informazioni che altri selezionano e forniscono, operando processi di scelta consapevoli e tenendo conto dell'obiettivo da raggiungere. Per facilitare il compito del bambino di fronte a tali difficoltà, la didattica tradizionale sui problemi crea degli automatismi: se c'è scritto "speso in tutto" occorre addizionare i costi ... Tali automatismi tuttavia servono poco di fronte a situazioni problematiche diverse (come formulazione e/o come contenuto).

B) PROBLEMA SENZA NUMERI (l'insegnante chiarisce i termini del problema, senza precisare o richiedere l'uso di dati numerici; ai bambini non è richiesta una soluzione numerica, ma la esplicitazione del processo risolutivo). Ad es.:

Dobbiamo preparare la torta al cioccolato, ma sono ancora da comparare alcuni ingredienti: la farina, lo zucchero, il burro, le uova e il lievito. Spiega come faresti a calcolare quanto dovrò spendere oggi pomeriggio per comperarli.

Che cosa sollecita questa consegna? Innanzitutto, come la precedente, richiede la comprensione del testo. In secondo luogo, 1' individuazione delle relazioni fra le variabili del problema. Il ragionamento deve distendersi, in assenza di dati numerici di riferimento, sulle scelte operative che è necessario compiere per giungere alla soluzione. L'assenza dei dati numerici rappresenta un elemento di complessità:
perchè il progetto di una strategia risolutiva, in assenza della particolarizzazione numerica che consente il collegamento diretto con l'oggetto presente nell'esperienza della situazione problematica, risulta molto complesso, in quanto presuppone un distacco dal calcolo, ma contemporaneamente richiede la denominazione delle operazioni fra gli "elementi" del problema. Si può qui osservare che dire "400" e dire "il costo di 1 uovo" non hanno lo stesso grado di astrazione.
perchè forza i bambini all'uso del linguaggio verbale come registro per rappresentare il ragionamento, con i problemi di congruenza sottostanti. Ad esempio, dire: *"Aggiungo il prezzo della farina a quello dello zucchero e a quello del burro"* può essere accettabile dal punto di vista dell'individuazione della strategia risolutiva globale, ma può nascondere la mancata discriminazione semantica fra *"il prezzo delle uova"* (inteso come prezzo generico: di un uovo? di 4 uova? di una confezione?) e *"ripeto il prezzo di un uovo per quante sono le uova"*.

C) PROBLEMA COSTRUITO DALL'INTERNO (l'insegnante comunica la situazione problematica agli alunni - o la costruzione della medesima avviene in classe, collettivamente; i bambini devono individuare i dati adeguati al problema che devono risolvere e le relazioni fra di essi, procedendo via via alla costruzione della strategia risolutiva, attraverso l'interazione scritta con l'insegnante; si può poi procedere alla stesura del testo del problema). Ad es. (*vedi terza tappa itinerario successivo)*:

Dobbiamo preparare la torta al cioccolato; io, prima di farla, vorrei sapere quanto mi viene a costare, perchè se è troppo cara cambio tipo di torta. Come posso fare per saperlo?

Il problema formulato in questo modo consente lo sviluppo di capacità che sono necessarie per affrontare problemi di tipo A) e di tipo B). Perchè?

Innanzitutto il bambino deve individuare i dati, operando una selezione fra quelli che risultano adeguati al raggiungimento dell'obiettivo. Come per il problema senza numeri, si pone il problema di una denominazione avente una congruenza semantica. Tuttavia, il bambino, attraverso l'interazione scritta con l'insegnante, ha la possibilità di reperire i dati numerici e ciò può essere un elemento di controllo della propria scelta. L'insegnante ha, dal canto suo, la possibilità di intervenire per ricondurre il bambino al significato della sua richiesta, nel caso egli ponesse la domanda: *"Quanto costa lo zucchero?"* . Nello stesso tempo l'adeguatezza della richiesta di un dato, rispetto alla particolare situazione problematica che il bambino ha di fronte a sè, costituisce, per molti bambini, un'abilità da costruire.
In secondo luogo, il problema "costruito dall'interno" permette di indirizzare il bambino verso un atteggiamento intellettuale che connette il reperimento dei dati con il loro utilizzo prefigurato. Questo consente di curare la costruzione della strategia risolutiva come progetto: permette di collegare l'oggetto con il processo. La ricerca dei dati sembra favorire i processi di anticipazione, in quanto il bambino, entrando nel gioco della costruzione del problema, si abitua a porsi domande circa l'utilizzo del dato individuato.
Infine, può favorire nel bambino il distacco dal "gioco con i numeri" forniti dal testo del problema standard. Può cioè consentire di entrare nel merito delle difficoltà che il bambino incontra nella risoluzione di problemi e che spesso si manifestano attraverso l'importanza data al calcolo (frequentemente ciò produce atteggiamenti conosciuti dagli insegnanti: combinazione casuale dei numeri, blocco, ecc.).

Il problema, infatti, non assume le caratteristiche di testo già codificato, ma viene presentato allo stato grezzo, di esigenza da soddisfare, di ostacolo da superare o di obiettivo da raggiungere. Nel momento in cui il bambino inizia a pensare al "problema", è stimolato ad attivare la ricerca dei dati e delle relazioni fra di essi, tenendo presente l'obiettivo da raggiungere (operazione, quest'ultima, che, come sappiamo, non è assolutamente scontata). Questa attività, quando è svolta con l'intera classe, spesso richiede di chiarire nella discussione le condizioni entro le quali la soluzione va ricercata: l'interazione fra i bambini ha l'importante funzione di individuare aspetti che a livello individuale verrebbero tralasciati da molti alunni. In questi casi, la successiva definizione dei dati e la costruzione della strategia risolutiva è a carico degli allievi. In altri casi il problema viene svolto interamente a livello individuale, con momenti di interazione scritta con l'insegnante.

Il problema costruito dall'interno permette anche all'insegnante di avere delle informazioni circa le difficoltà che i bambini hanno nell'accostarsi alla risoluzione di un problema. Ha cioè una funzione diagnostica.
Richiede, però, da parte dell'insegnante, una analisi a priori della situazione problematica, per individuare gli ostacoli che presumibilmente i bambini incontreranno nel corso dell'attività e i significati di operazione che sono inerenti la risoluzione del problema.

5.4. UN'ESPERIENZA IN TERZA ELEMENTARE: PROBLEMA COSTRUITO DALL'INTERNO E MEDIAZIONE DELL'INSEGNANTE

*L'esempio di gestione del problema prima considerato che si riporta si riferisce ad un'esperienza condotta all'interno del filone economico in cui si tenta di **avviare** bambini/e (compresi quelli che presentano difficoltà di apprendimento) alla risoluzione autonoma di problemi complessi, significativi per la vita extrascolastica. La documentazione è tratta da una comunicazione di Maria Grazia Bondesan al Convegno nazionale "Difficoltà di apprendimento in matematica", Castel San Pietro, novembre 1994. (vedi Atti, pubblicati da Pitagore Editrice, Bologna)*

L'esperienza è stata condotta in due classi terze a modulo di 17 e 13 alunni di estrazione socio-culturale modesta. Essa si è basata su una successione di consegne (di seguito si riportano le prime tre) che sono state proposte da metà novembre in poi, occupando circa 6 ore settimanali, per 4 settimane.

Il percorso didattico

Prima tappa:

"Vorrei preparare una torta al cioccolato con voi. Domani devo avere tutto l'occorrente per farla. Cosa devo fare oggi pomeriggio?"

I bambini/e erano invitati a leggere da soli la consegna e a rispondere individualmente su un foglio, scrivendo la loro idea. L'insegnante interagiva con il pensiero di ciascun bambino scrivendo eventuali domande di chiarimento. Via via il lavoro si ampliava a macchia d'olio (vedi domande successive) man mano che il bambino "risolveva" una parte del "problema".

Seconda tappa:

"Io, purtroppo, non so con precisione cosa mi serve, ho mangiato questa torta e so che è buona. Cosa devo fare?"

Con questa frase l'insegnante intendeva richiedere <u>il progetto totale della torta</u> .
In precedenti occasioni la ricetta era stata fornita dall'insegnante, adesso si voleva vedere come si orientavano i bambini, cioé se erano in grado di ricostruire mentalmente un processo in cui sono indispensabili gli utensili e gli ingredienti e occorre fissare le dosi di essi. Alcuni bambini hanno risposto che l'insegnante doveva chiederlo alla sua amica, altri che doveva procurarsi la ricetta.

Terza tappa:

"Io <u>prima</u> di farla vorrei sapere quanto mi verrà a costare la torta, perché se è troppo cara cambio tipo di torta. Come posso fare per saperlo?"

Questa consegna è molto delicata, perchè è difficile per i bambini immaginare che si può <u>preventivare una spesa.</u>
In precedenza il costo totale è sempre stato calcolato <u>dopo</u> aver acquistato le cose che servivano. Questa domanda <u>attiva nella mente dei bambini una serie di immagini mentali</u> che sono molto interessanti: si vede nei loro testi come ognuno di loro "si muove "mentalmente. Qui e

nel seguito gli interventi dell'insegnante, in corsivo, sono scritti sul quadernone del bambino/a

Giuseppe, un bambino di livello alto, scrive:

- Prendi un foglietto e poi vai al negozio e poi ti scrivi tutti gli ingredienti e quanto costano e poi vai a casa con il foglietto poi prendi la calcolatrice e fai tutti i conti degli ingredienti
- *Spiegami bene ogni passaggio che faccio con la calcolatrice*
- Prendi la calcolatrice e schiacci i numeri dei prezzi. Fai un prezzo poi schiacci il + e poi fai un altro prezzo e fai sempre cosi
- *Fino a quando?*
- Fino a quando finisco i conti e poi schiaccio = e ti viene il costo degli ingredienti

In questo elaborato si può vedere la dinamicità mentale del bambino che immmagina la scena passaggio per passaggio. E' questa la dinamicità che si deve tentare di costruire nei bambini/e "deboli".

5.4.1. Chi ha difficoltà di apprendimento come reagisce?

Osserviamo come si comporta Julian che é un bambino che ha grosse difficoltà nella risoluzione dei problemi.
Si propongono di seguito alcuni suoi elaborati relativi alle suddette consegne con gli interventi effettuati dall'insegnante per aiutarlo nella costruzione della risoluzione del problema.

Julian alla prima richiesta scrive correttamente i nomi degli ingredienti che l'insegnante dovrà procurarsi e degli utensili. Non ha difficoltà, perché deve fare solo riferimento ad esperienze precedenti di preparazione di cibi in classe. Sostanzialmente il bambino si doveva chiedere : *"Come facevamo quando volevamo preparare la torta in classe?"*. Non sono richieste abilità di progettazione su cose non ancora esperite.

Invece, di fronte alla terza consegna (proposta nella stessa mattinata), Julian da solo si blocca, allora l'insegnante lo aiuta con il "prestamano", (cioè scrivendo quello che lui le detta):

*J:"*Devi andare a vedere nel negozio quanto costa la torta"

Attraverso questa risposta si può intravedere la difficoltà che ha il bambino a progettare, cioé a immaginare uno scenario possibile, mai esperito, che però tenga conto dei vincoli legati alla realtà della situazione. Julian si dimentica degli ingredienti che aveva nominato prima e nella sua mente sembra immaginare una situazione nuova, la torta, una nuova entità non collegata agli ingredienti elencati in precedenza. Si ferma alla parola "torta" che è stata nominata nella domanda e cerca la via più breve: andare al negozio e vedere quanto costa una torta al cioccolato. Perde di vista la consegna, non mette in relazione gli ingredienti che la maestra dovrà acquistare, con la torta che verrà prodotta in classe (con quegli stessi ingredienti) e con il suo relativo costo, dato proprio dalla somma dei costi dei medesimi ingredienti. Questa stessa abilità è quella richiesta nella risoluzione di un problema complesso, in Julian è tutta da costruire....

Questo tipo di consegna offre all'insegnante una possibilità in tal senso. Se gli fosse stato assegnato invece un problema preconfezionato del tipo considerato a pag. 32, sarebbero state date per scontate le relazioni esistenti fra gli ingredienti e il relativo prezzo e il prezzo complessivo della torta. Di fronte a questo problema un bambino "debole" avrebbe potuto agire secondo un "copione" appreso, oppure si sarebbe bloccato irrimediabilmente.

Assegnare un problema da impostare richiede delle abilità diverse, più alte, e ci permette di "agire" su dei "meccanismi" che sono importanti nell'approccio ai problemi autentici complessi e nella vita extrascolatica.

Il lettore potrebbe chiedersi: "... ma Julian potrebbe imparare a risolvere un problema di tipo A attraverso una serie di esercizi ben graduati ...". Certo, ciò è possibile; interiorizzando l'associazione tra "quanto ha speso in tutto" (testo) e "metto insieme" (risoluzione), Julian avrebbe potuto imparare a risolvere QUEL tipo di problema. Ma quale autonomia avrebbe acquisito di fronte a problemi complessi e "autentici" (cioè non ripetitivi)? E inoltre l'insegnante non avrebbe capito dove stanno molti suoi blocchi (capacità di mettere in relazione) che puntualmente si evidenziano nei problemi con più operazioni.

- Ma la torta non è ancora stata fatta!
(Con questo intervento la maestra riporta il bambino alla consegna e il bambino si riprende...)

- La maestra deve andare a vedere quanto costano gli ingredienti
- *E poi?*
- **.............**
- So *il prezzo degli ingredienti come faccio a sapere il prezzo di tutta la torta?*

(Con questa domanda l'insegnante cerca di calare il bambino nella situazione, lo spinge a continuare la progettazione; per cercare di evitare che si blocchi, lo aiuta con il "prestamano", cioè scrivendo quello che il bambino dice)

- Vado a chiedere al negoziante e gli chiedo quanto viene tutti gli ingredienti insieme

(Julian, infatti, si immedesima nella situazione e riferisce l'esperienza a se stesso. Questo fatto accade spesso in questi bambini/e. L'insegnante è riuscita a far entrare il bambino in prima persona nella situazione in modo che continui a progettare).

-*E come fa il negoziante per saperlo?* (Continua scrivendo da solo)
-"Per saperlo il negoziante lo conta sulla calcolatrice"
- *Spiegami bene come fa a contare sulla calcolatrice"*
- Batte il prezzo di un ingrediente (e poi mette il più) e va avanti fino a quando non ci sono più ingredienti nel carrello (e per vedere il risultato batte =)

(Le frasi scritte tra parentesi sono state aggiunte durante la correzione fatta insieme)

- *Cosa ha fatto la calcolatrice?*

(Questa domanda ha lo scopo di verificare se il bambino ha il significato dell'addizione. Julian si ferma all'apparenza del processo, "batte" il prezzo, non cerca di entrare dentro, non nomina il segno più..).Alla fine:

- Ha messo insieme i prezzi degli ingredienti.

Quando Julian ha i prezzi degli ingredienti prova a calcolare la spesa totale, usando il grafo:

$1190 \xrightarrow{+100} 2190 \xrightarrow{+600} 2790 \xrightarrow{+90} .....$

Ma non ce la fa a gestire mentalmente dei calcoli così complessi, allora si appoggia al calcolo in colonna, ma sbaglia il riporto (scrive il numero 1, invece del numero 3). Correggendo insieme il suo elaborato, la maestra lo fa ragionare sul significato dei numeri che ha scritto. Qui l'abaco delle monete è servito da supporto per il significato: 30 monete da 10, non possono essere uguali ad una sola moneta da 100, come il bambino aveva riportato nel calcolo in colonna; la correzione é praticamente "dimostrabile", quindi è possibile entrare a fondo nel meccanismo del riporto appoggiandosi ai significati. In questo modo un bambino "debole", che non padroneggia ancora a inizio terza la tecnica dell'addizione con il riporto, ha la possibilià di riprenderla e di capirla in situazioni per lui significative: non si tratta di ragionare in astratto su una torta qualsiasi, ma sulla propria, che se troppo cara dovrà essere sostituita con qualche altra....

Non viene abbandonata la ricerca del risultato, ma l'insegnante gli chiede di usare il calcolo in riga e, attraverso la scomposizione egli giunge al risultato finale. Julian,attraverso questo percorso guidato, riesce a padroneggiare numeri con tre cifre significative e ad entrare in pieno nel significato dell'addizione.

Quarta tappa:

"Ora che abbiamo finalmente capito cosa ci serve, possiamo andare a comperare gli ingredienti nelle dosi giuste; leggi le dosi e scrivi cosa andrai a comperare.Tieni conto delle informazioni che sono scritte alla lavagna"

I bambini avevano a disposizione il cartellone con scritte le dosi degli ingredienti e questo schema, scritto alla lavagna.

la farina e lo zucchero si vendono a confezioni da 5 etti o da 10 etti
il burro si vende a confezioni da 100g o da 200g
il latte si vende a confezioni da 1 litro o da mezzo litro
gli altri ingredienti sono disponibili come sono scritti nelle dosi.

Le dosi per la torta erano queste:
3 etti di farina, 2 etti di burro, 2 uova, 4 cucchiai di cacao in polvere,
1 bustina di lievito, 1 bicchiere di latte e 2 etti di zucchero.

Alcuni bambini di livello basso non sono riusciti a scegliere le confezioni di farina e di zucchero che erano più opportune.

Julian ha scritto:

"Andrò a comprare un pacco di zucchero da 10 etti, un pacco di latte da un litro, un pacco di farina da 10 etti, un pacco di burro da 200g, una bustina di lievito, 2 uova sciolte, 1 scatola di cacao."
Il bambino non è riuscito a confrontare per la farina, lo zucchero e il latte le dosi necessarie per la torta con le due possibilità che aveva a disposizione. Julian avrebbe dovuto essenzialmente porsi la domanda:
"Mi servono 3 etti di farina, se compero la confezione da 10 etti mi basta? Si ma è troppo.
Se compero la confezione da 5 etti va bene? Si perché 3 etti sono di meno di 5 e 5 mi bastano."
Invece Julian si è fermato alla prima ipotesi (10 etti), valutando che andava bene e non ha preso neppure in considerazione l'altra possibilità. Julian, è riuscito a gestire con fatica solo la prima ipotesi.

Due mesi dopo.....

A gennaio è stato proposto questo problema:

"I bambini della IV B *vogliono comperare da noi una torta al cioccolato. A quanto vorresti vendergliela?"*

Questa volta i bambini dovevano ripercorrere a ritroso l'esperienza di come avevano fatto in precedenza a calcolare il prezzo della torta e, mettendosi nei panni di coloro che in questa situazione dovevano vendere, individuare gli elementi che concorrono alla formazione di un prezzo: costo reale degli ingredienti e degli utensili acquistati. Julian, da solo, pur avendo capito il problema, non è riuscito a rispondere, allora l'insegnante lo ha aiutato chiedendogli:

- *Cosa vogliono i bambini di IV B da noi?*

(Con questa domanda la maestra lo spinge ad entrare subito nella situazione problematica)

-Vogliono una torta
- *Cosa gli rispondi tu?*
- Vi facciamo una torta ma dovete pagarcela
- *E tu quale prezzo proponi? (Pensaci bene)*

(Viene invitato a riflettere perché non dica a caso un prezzo, e invece non fa il minimo riferimento al costo degli ingredienti, ma alla bontà)

- 2000
- *Perché 2000 lire?*
- Perchè la torta é così buona
- *Il prezzo come l'hai stabilito?*
- Perché la torta è buona e quindi costa di più se io metto di meno e loro se la comperano. Solo che la torta è buona e visto che è buona metto di più
- *A noi bastano 2000 per preparare la torta?*

(E' questo un tentativo di riportarlo all'esperienza compiuta e lui coglie il senso)

- No perché gli ingredienti sono tanti
- *E allora cosa proponi tu?*
- Io ci ho pensato subito visto che la torta abbiamo speso 7370 ho aggiunto 2000 lire che ho detto io e fa ..... (errore calcolo)

(Ora tiene conto di due elementi, anche se a mente sbaglia il calcolo)

- *Perché tu volevi aggiungere 2000 lire?*

(L'insegnante non da niente per scontato, era possibile che il bambino si riferisse ad un eventuale guadagno... oppure al costo dello stampo, anche se la cifra non era giusta...... e invece....)

- Perché se facevo 7370 era poco
- *Ma con 7370 cosa si comperano?*
-Gli ingredienti della torta al doccolato.
-*E tu perché vuoi aggiungere 2000 lire?*
- Perché credevo che veniva di più
- *Allora a questi bambini cosa proponi?*
- So che noi l'abbiamo pagata 7370 gliela facciamo pagare anche a loro 7370 non aggiungo 2000 lire. Perché se aggiungo 2000 lire di più e loro dicono: "L'avete pagata così? fateci vedere quanto l'avete pagata' e invece costa 7370."

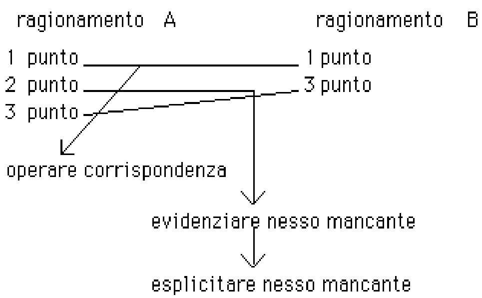
Poi si prosegue alla ricerca del prezzo degli utensili allo stesso modo.

Julian ha capito finalmente bene la relazione che esiste fra la torta e gli ingredienti.
Se l'insegnante avesse dato questa consegna:
Noi per gli ingredienti per la torta al cioccolato abbiamo speso 7370 lire e 5000 lire per la tortiera; a quanto vuoi vendere la torta ai bambini di IV?

essa non avrebbe permesso al bambino di compiere certe operazioni mentali di "andata e "ritorno" dalla torta agli ingredienti, dal costo degli ingredienti al prezzo della torta.

5.5 IL CONFRONTO DI RAGIONAMENTI

Il confronto di ragionamenti si collega alla strategia generale del "confronto" illustrata in precedenza *(cfr. da pag. 7)* per il confronto di testi.
Il confronto di ragionamenti può essere effettuato:
A) tra ragionamenti entrambi completi e corretti, ma che attuano differenti strategie risolutive. Il bambino deve riconoscere e descrivere tali strategie.
B) tra ragionamenti di cui uno è completo e l'altro è mancante in un punto. L'attività richiesta al bambino in questo caso è schematizzabile così:



Nel confronto di ragionamenti, il bambino non può fermarsi alla parole diverse o in più di un testo rispetto all'altro, deve accertarsi che le stesse non siano comprese nell'altro testo in altra forma, ma, nello stesso tempo, per giudicare se esse sono determinanti per la costruzione del ragionamento stesso deve vedere che riferimenti esse hanno con l'altro ragionamento; solo così, dopo aver posto in parallelo i due ragionamenti, si può rendere conto del nesso mancante e può arrivare a spiegarlo, non limitandosi a citare le parole in più in cui è contenuto, ma esplicitando ciò che non è compreso in alcun modo nell'altro ragionamento ma che è parte necessaria e ineliminabile del ragionamento stesso.
Sotto tale aspetto il confronto di ragionamenti in ambito risoluzione di problemi può aiutare i bambini ad appropriarsi delle forme necessarie per esprimere verbalmente l'intuizione inespressa, ma che "appare" (cioè si manifesta utilizzata) nell'operare in situazione o sui numeri, ed aiutare pertanto i bambini che hanno difficoltà nella costruzione e nella esplicitazione del loro ragionamento.

Riportiamo l'iter seguito da una classe III a T.P. di Recco, ins.nti Capitini, Oliva. La classe è composta da 22 alunni di estrazione socio-culturale media.
Il lavoro si è svolto nell'arco di più di tre mesi (dal 22 ottobre al 7 febbraio) in tappe successive sino a quando tutti i bambini non hanno raggiunto la padronanza delle strategie, dimostrando di riuscire a trasferirle anche in altri ambiti problematici.

22 ottobre 96
<u>Testo problema</u>
La mamma compra, ogni giorno, un pacco di biscotti che costa 1.850 lire e un litro di latte che costa 2.200 lire.
Quanto spende in una settimana?

<u>Strategie attuate dai bambini:</u>
A) (1.850 + 2.200) x 7 = 28.350 £
B) (1.850 x 7) + (2.200 x 7) = 28.350 £

14 alunni su 22 sbagliano i calcoli!
Le insegnanti decidono perciò di far risolvere un altro problema di questo tipo, in modo che anche i più deboli non fatichino eccessivamente per quanto riguarda il procedimento da seguire e in modo che tutti riescano a controllare i calcoli.
24 ottobre 96
<u>Testo problema</u>
Antonio compra, ogni mattina, una merenda che costa 350 lire e un succo di frutta che costa 650 lire.
Quanto ha speso Antonio nel mese di settembre?

<u>Strategie attuate dai bambini:</u>
A) (650 + 350) x 30 = 30.000 £
B) (650 x 30) + (350 x 30) = 30.000 £

Persistono gli errori di calcolo, pur essendo numeri abbastanza facili da addizionare o da moltiplicare.

Viene ripreso il problema del 22 ottobre con una scheda consegnata ad ogni alunno che mette a confronto le due strategie di ragionamento attuate dai bambini.

```
30 ottobre
La mamma compra, ogni giorno, un pacco di biscotti che costa 1.850 lire e un litro di latte che costa 2200 lire.
Quanto spende in una settimana?
```

<u>1° soluzione:</u>

Addiziono il sosto di un pacco di biscotti e il costo di un litro di latte.
Moltiplico la spesa giornaliera per i giorni di una settimana.

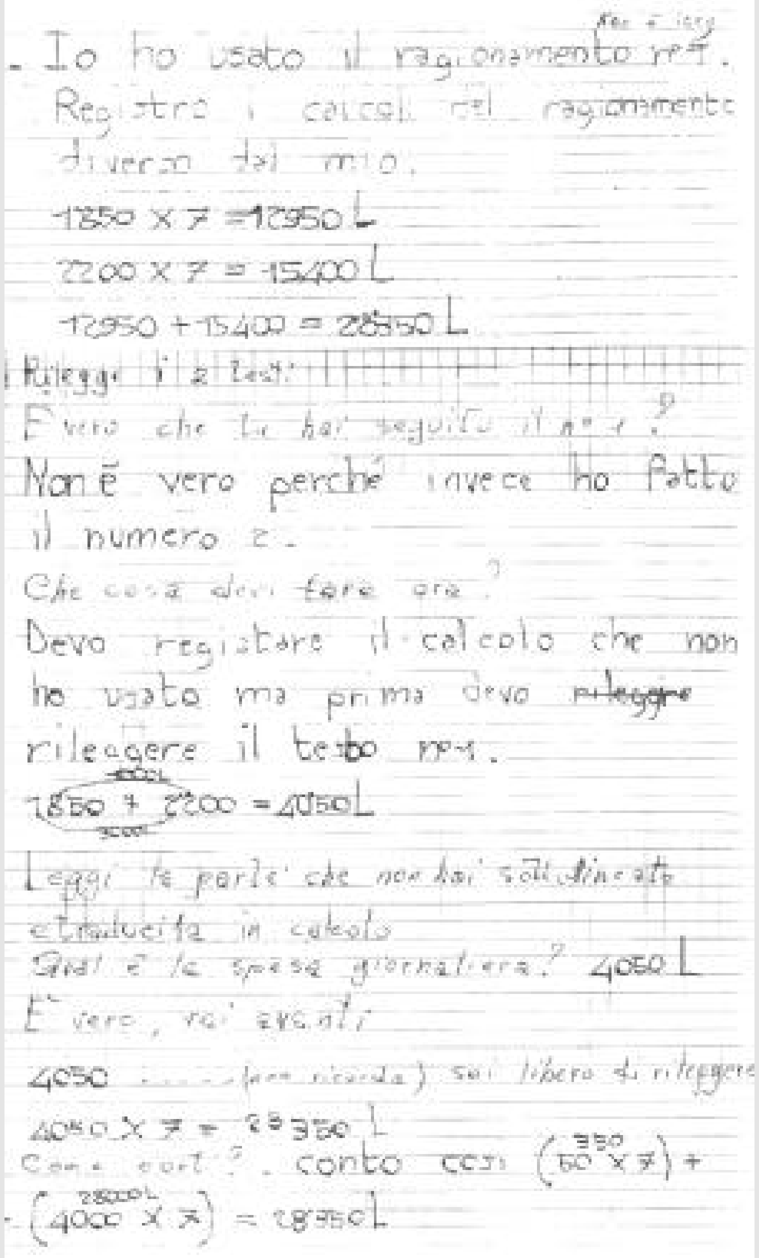
<u>2° soluzione:</u>

Moltiplico il costo di un pacco di biscotti per i giorni di una settimana e faccio la stessa cosa per il costo del latte.
Addiziono i due costi parziali e so quanto spende la mamma.

<u>* Fra questi ragionamenti riconosci quello che hai seguito tu per risolvere il problema?</u>

<u>* Ripercorri il ragionamento diverso dal tuo e registra i calcoli.</u>

15 bambini su 22 hanno riconosciuto la propria strategie e ripercorso l'altra.
Gli altri bambini hanno avuto bisogno di interventi individualizzati(come da protocollo che segue)



Io ho usato il ragionamento n° 1.
Registro i calcoli del ragionamento diverso dal mio.
1850 x 7 = 12950 L
2200 x 7 = 15400 L
12950 + 15400 = 28350 L
Rileggi i 2 testi:
È vero che tu hai seguito il n° 1?
Non è vero perché invece ho fatto il numero 2.
Che cosa devi fare ora?
Devo registare il calcolo che non ho usato ma prima devo ~~rileggre~~ rileggere il testo n° 1.
1850 + 2200 = 4050 L
Leggi le parte che non hai sottolineato e traducila in calcolo
Qual è la spesa giornaliera? 4050 L
È vero, vai avanti
4050 ...... (non ricorda) sei libero di rileggere
4050 x 7 = 28350 L
Come cont? conto così (50 x 7) + (4000 x 7) = 28350 L

Viene proposto ora il confronto di strategie attuate dalla classe sul problema del 24 ottobre. Questa volta ai bambini è richiesto di riconoscere le strategie partendo dalle operazioni.

11 novembre
Antonio compra, ogni mattina, una merenda che costa 350 lire e un succo di frutta che costa 650 lire.
Quanto ha speso Antonio nel mese di settembre?

1^soluzione:
350 + 650 = 1000 £
1000 x 30 = 30.000 £

2^soluzione:
350 x 30 =
(50 x 30) + (300 x 30) = 10.500 £
650 x 30 =
(50 x 30) + (600 x 30) = 19.500 £
10.500 + 19.500 = 30.000 £

* Quale soluzione hai usato?
* Come ha ragionato il compagno che ha usato la soluzione diversa dalla tua?

18 bambini su 22 hanno riconosciuto la propria strategia e hanno scritto l'altro ragionamento;

Con il problema che segue le insegnanti volevano accertare:
1. se i bambini riconoscono un problema dello stesso tipo dei due precedenti;
2. se restano ancora ancorati a "lire", "costo", "spesa".

Testo problema
Una scatola contiene 18 caramelle e 12 cioccolatini. Quanti dolci ci sono in 10 scatole?

Strategie attuate dalla classe:
A) (18 + 2) x 10 = 300
B) (18 x 10) + (12 x 10) = 300

10 alunni su 21 risolvono correttamente sia per il ragionamento che per i calcoli; 3 alunni risolvono con calcoli esatti, ma il ragionamento non è preciso; 5 alunni nel ragionamento parlano di "costi" e nella risposta usano "dolci"; 1 alunno inizia usando la 1^strategia che tralascia e riprende percorrendo la 2^strategia in modo corretto; 2 alunni non risolvono.

Viene quindi proposto il confronto di strategie attuate dalla classe sul problema precedente. Questa volta per il confronto vengono forniti sia il ragionamento che i calcoli. Inoltre si voleva verificare la capacità dei bambini di utilizzare, in un problema nuovo, la strategia non usata personalmente.

17 dicembre 1996
Una scatola contiene 18 caramelle e 12 cioccolatini.
Quanti dolci ci sono in 10 scatole?

1^strategia:
Addiziono il numero delle caramelle con quello dei cioccolatini e moltiplico il risultato per 10 volte;
18 + 12 = 30 dolci
30 x 10 = 300 dolci

2^strategia:
Moltiplico il numero delle caramelle che ci sono in una scatola per il numero delle scatole.
Moltiplico il numero dei cioccolatini per il numero delle scatole.
Ora addiziono il numero delle caramelle e dei cioccolatini.
18 x 10 = 180 caramelle
12 x 10 = 120 cioccolatini
180 + 120 = 300 dolci

* Riconosci la tua strategia.
* Usando la strategia diversa dalla tua risolvi il seguente problema:
"Per Natale vogliamo spedire un biglietto di auguri ad ognuno dei nostri corrispondenti di Alessandria che sono 20.
Un biglietto costa 1.950 lire e un francobollo costa 750 lire.
Quanto spenderemo in tutto?"

18 alunni su 21 riconoscono la propria strategia e sanno applicare l'altra al nuovo problema; 1 alunno non riconosce la propria strategia; 2 alunni non sanno applicare la strategia, diversa dalla propria al nuovo problema.

Viene quindi proposto un confronto su un problema non risolto dalla classe. Questa volta una risoluzione è errata e si chiede ai bambini di riconoscerla, partendo dai calcoli.

20 gennaio 1997
Nonna Giulia, che ha 10 nipotini, ha regalato a ciascuno di essi una scatola di pennarelli che costa 4.500 lire e un album da 2.500 lire.
Quanto ha speso nonna Giulia?

<u>Antonio ha risolto così:</u>

4.500 x 10 = 45.000 lire
45.000 + 2.500 = 47.500 lire

<u>Enza ha risolto così:</u>
4.500 x 10 = 45.000 lire
2.500 x 10 = 25.000 lire
45.000 + 25.000 = 70.000 lire

<u>Controlla se Antonio ed Enza hanno risolto in modo giusto, altrimenti spiega perchè la soluzione è sbagliata e correggi.</u>

17 bambini su 19 presenti riconoscono l'errore e sanno correggere; 1 bambino riconosce solo la soluzione errata; 2 bambini riconoscono l'errore, ma per proseguire hanno bisogno di intervento individualizzato.

Viene nuovamente proposto un problema non risolto dalla classe, in cui si chiede ai bambini, partendo dalla spiegazione del ragionamento seguito in due risoluzioni diverse, di riconoscere quello sbagliato e correggere completando con i calcoli.

28 gennaio 97
"Una confezione contiene 12 torroncini, 10 caramelle e 18 cioccolatini. Quanti dolci ci sono in 20 confezioni uguali?"

<u>Mario ha risolto così:</u>
* moltiplico il numero di torroncini contenuti in una confezione per 20, che è il numero delle confezioni di dolci,
* moltiplico il numero di caramelle contenute in una confezione per il numero delle confezioni,
* moltiplico il numero di cioccolatini di una confezione per le 20 confezioni.
* Ora per sapere quanti dolci ci sono in tutto, devo addizionare i torroncini contenuti in tutte le confezioni, tutte le caramelle e tutti i cioccolatini.

<u>Gianni ha ragionato così:</u>
* addiziono il numero di torroncini e quello di cioccolatini contenuti in una confezione e so quanti dolci ci sono in una confezione.
* Moltiplico tutti i dolci di una confezione per il numero delle confezioni, cioè per 20.
==
<u>Mario</u> è convinto che la sua strategia sia giusta.
<u>Gianni</u> è convinto che la sua strategia sia giusta.
<u>* Prova a vedere se le due strategie sono giuste, altrimenti correggi.</u>

Tutti i bambini sanno indivduare la strategia sbagliata; 18 bambini su 22 sanno anche correggerla; 2 bambini correggono sbagliando i calcoli; 1 bambino non sa correggerla.

Si deve consolidare il concetto che le strategie non sempre sono traferibili. Questa volta viene presentato il confronto di due strategie su un problema già risolto; si chiede di risolvere un nuovo problema, nel quale però si chiede di attuare il transfert dai soldi ai pesi, utilizzando l'unica strategia adatta.

3 febbraio 97
Antonio compre, ogni mattina, una merenda che costa 350 lire e un succo di frutta che costa 650 lire.
Quanto ha speso Antonio nel mese di settembre?

1^strategia:
350 + 650 = 1.000 lire
1.000 x 30 = 30.000 lire

2^strategia:
350 x 30 = 10.500 lire
650 x 30 = 19.500 lire
10.500 + 19.500 = 30.000 lire

* Risolvi il seguente problema usando la strategia adatta.
**Spiega perchè non puoi applicare l'altra.

Problema
In un sacchetto ci sono 20 praline da 9 g ciascuna e 10 caramelle da 12 g l'una.
Quanto pesa quel sacchetto?

20 bambini su 21 risolvono il nuovo problema; 13 bambini sanno anche spiegare perchè una delle due strategie non è praticabile. Alessia non sa risolvere ed ha bisogno di lavoro individualizzato.

Viene quindi proposto il seguente problema

La signora Lia, ogni domenica, va all'edicola e compra IL SECOLO XIX che costa 1.500 £, TOPOLINO che costa 3.000 £ e una rivista da 3.500 £.
Le sono bastate 50.000 £, per il mese di gennaio?

Strategie attuate dai bambini:
A) (1.500 + 3.000 + 3.500) x 4 = 32.000 £
B) (1.500 x 4) + (3.000 x 4) + (3.500 x 4) = 32.000 £

22 risoluzioni esatte su 22 bambini. Alcuni, per poter rispondere, si sono limitati a confrontare la spesa con i soldi a disposizione, altri hanno calcolato anche il resto.

A conclusione di questa documentazione, si possono fare le seguenti osservazioni:
* fra i bambini che incontravano difficoltà nella risoluzione dei problemi si sono notati progressi specialmente in chi non aveva capacità di ragionamento;
* la presenza di un modello da seguire, da interpretare e sul quale ragionare ha dato modo anche a loro di essere soggetti attivi nella costruzione del proprio pensiero (alcuni bambini hanno cominciato a chiedere all'insegnante aiuto quando non riuscivano ad impostare il ragionamento o rassicurazioni momento per momento sul loro modo di procedere);
* la conferma che i bambini traessero profitto dal confronto di strategie si è avuta sia durante il lavoro documentato, sia in lavori successivi.

Nel confronto di ragionamenti non si deve costituire un significato lavorando su parole diverse, ma occorre, risalendo da un ragionamento completo ad uno incompleto, reperire il nesso, il collegamento logico che fa perdere validità al ragionamento stesso, capendo perchè ciò succede.
Naturalmente si possono costituire diversi livelli di difficoltà scegliendo ragionamenti impostati in modo più o meno alternativo, considerando contesti più o meno conosciuti e simili.
L'insegnante dovrà poi analizzare il tipo di difficoltà che possono avere i singoli bambini, perchè vi potrebbe essere una difficoltà di verbalizzazione del nesso mancante, come una mancata consapevolezza dei legami fra i vari aspetti della situazione dal punto di vista logico.
Quest'ultima difficoltà è la più importante in quanto se non la si supera non si arriva alla costituzione del ragionamento, tantomeno a quella di un ragionamento completo; il problema principale che si pone quando si sta avviando l'attività è infatti, soprattutto in ambiti diversi dalla risoluzione di problemi (in cui il bambino, tramite la verbalizzazione della strategia risolutiva, è ormai abituato ad una scrittura del proprio ragionamento) quello di portare il bambino a capire che cosa si intende per ragionamento e a distinguere le strategie, le modalità operative, le intuizioni.

Nell'ambito della risoluzione dei problemi matematici il bambino è ormai abituato a differenziare, per esempio, fra strategia usata per contare e strategia risolutiva vera e propria, tuttavia può ancora trovare difficoltà nel focalizzare gli elementi necessari nel ragionamento, che

possono infatti non essere necessari nella spiegazione della strategia risolutiva (non è necessario esplicitare, nel dire che divido per 100 il costo di un litro d'olio per trovare quello di un centilitro, che ciò si può fare perchè in un litro d'olio ci sono cento centilitri nella verbalizzazione della propria strategia risolutiva, ma lo è se scrivo il testo di un ragionamento che giustifichi la necessità del mio modo di operare).
In altri ambiti (costruzioni geometriche, argomentazioni di ipotesi) può essere ancora più difficile differenziare fra come si arriva alla costruzione di una certa cosa o su come si arriva ad una affermazione (linee parallele, perpendicolari, figure, ecc., esplicitazione di un'ipotesi previsionale o interpretativa) e il ragionamento dimostrativo che tale cosa deve essere così o che tale affermazione è giustificata.
In altre parole i bambini che non hanno mai attuato tale attività non hanno inizialmente piena consapevolezza di cosa sia un ragionamento, nè tantomeno un ragionamento completo.
Se il bambino, invece, ha colto il nesso mancante, ma non riesce a verbalizzarlo l'insegnante si può proporre come "maestro scrivano" cercando di fornire al bambino le parole che non trova, ma l'intervento è più complesso negli altri casi: occorre prima di tutto accertarsi che il bambino distingua la modalità operativa, la strategia, l'intuizione dal ragionamento (eventualmente arrivando a discutere su tale diversità) ed in seguito proporre indizi che portino i bambini a cogliere i collegamenti esistenti all'interno del ragionamento che è completo.
Per arrivare a far cogliere i collegamenti all'interno dei ragionamenti si può intervenire anche proponendo un confronto fra due giudizi di compagni sui due ragionamenti per vedere se valutando gli stessi emerge la consapevolezza dei legami necessari.

5.5.1 Un bambino in difficoltà di apprendimento.

Vediamo ora come le insegnanti a cui si riferisce la documentazione precedente sono intervenute su un caso di difficoltà di apprendimento.

8 gennaio 1997
Intervento individualizzato su Alessia
sul lavoro del 17 dic 96

- *Comincia con il leggere il tuo lavoro del 17 così prendo confidenza anch'io con quello che dobbiamo fare*

Legge le due strategie risolutive del problema precedente - legge il problema da risolvere

- *Come devi risolvere questo problema? Cosa chiede la maestra Anna?* legge la consegna
- Devo fare quelio del mio altro compagno
- *Il tuo altro compagno cosa aveva fatto?*
- Aveva moltiplicato...
- *Che cosa?*
- Il numero delle caramelie per le scatole
- *Solo il numero delle caramelle?*
- Sì
- *Guarda bene. Solo caramelle?*
- Sì
- *Ma Alessia, svegliati! Guarda quante cose ha fatto il tuo compagno!*

ripercorriamo insieme la strategia di calcolo (caramelle e cioccolatini) verbalizzandola senza trascurare nessun passaggio. Alessia sbaglia ancora alla fine perché dice: "...e mette insieme i costi")

- *Ora leggi la consegna della maestra Anna*

legge

- Cosa devi fare?
- Devo fare questo problema con questo

Indica la seconda strategia

- *Allora lavora da sola e poi ne parliamo*

Controllo mentre lavora

- *E' giusto dire "Moltiplico il numero dei bambini di Alessandria per un biglietto? Che cosa è 1950?*
- Il costo di un biglietto
- *Allora correggi*

Quando arriva a scrivere "Moltiplico il costo del francobollo con quello dei biglietti, le dico

- *Il costo dei biglietti lo sai già. Cosa ti serve di sapere?*

silenzio

- *Se vuoi spedire il biglietto cosa devi fare?*
- Metterci il bollino
- *Il francobollo. E quanto costa un francobollo?*
- 750 lire
- *Allora?*

silenzio

- *Eseguiamo quello che hai scritto (esegue 750 x l950). E' quello che devi fare?*

- No
- *Allora scrivi il ragionamento che ti sembra giusto*
- Moltiplico il numero del bambini per quello del francobolli
- *Esegui*

scrive 20 x poi si ferma e dice:

- Per il costo dei francobolli
- *Correggi nel ragionamento*

lo fa

- *Vai avanti*

registra 20 x 750, esegue il calcolo

- *Hai finito?*
- Sì. No. Devo fare questo

Indica l'addizione nella strategia precedente (caramelle + cioccolatini)

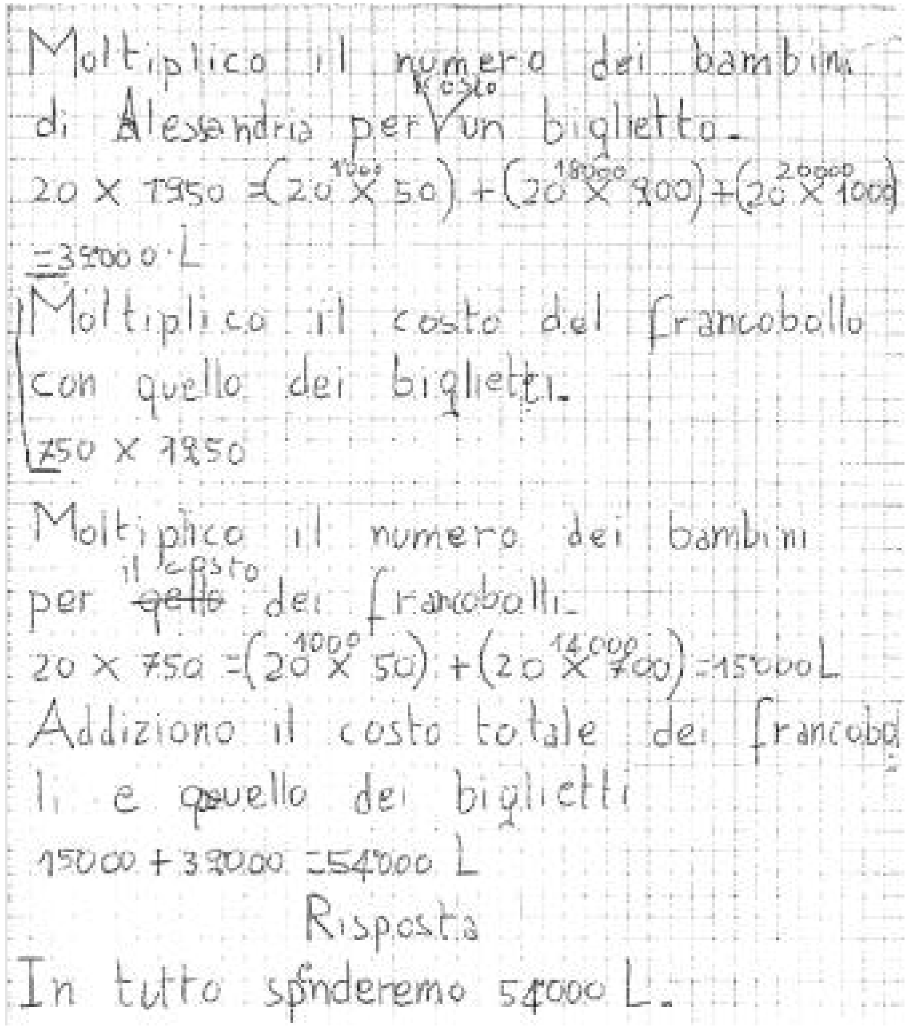
- *Esegui*

scrive 15.000 + 39.000 si biocca di fronte al calcolo - usa il foglio di brutta - sbaglia la strategia del calcolo perché nell'addizione inserisce la tecnica della moltiplicazione. 9 + 5 quattordici, scrivo 4 e riporto uno, nove per uno

- *Ma cosa fai? Attenta, è un'addizione e basta*

Esegue correttamente, scrive la risposta

- *Cosa ti ha bloccato nel problema di stamattina?*
- Che non riuscivo perché era sbagliato il calcolo perché avevo fatto 21 x 21, ma volevo scrivere 21 x 2
- *Allora ti distrai?*
- Sì
- *Perché?*
- Non lo so


Moltiplico il numero dei bambini
di Alessandria per costo un biglietto.
20 x 1950 = (20 x 50) + (20 x 900) + (20 x 1000)
= 39000 L
Moltiplico il costo del francobollo
con quello dei biglietti.
750 x 1950
Moltiplico il numero dei bambini
per il costo ~~qello~~ dei francobolli.
20 x 750 = (20 x 50) + (20 x 700) = 15000 L
Addiziono il costo totale dei francobol
li e quello dei biglietti
15000 + 39000 = 54000 L
Risposta
In tutto spnderemo 54000 L.

Il secondo intervento su Alessia durante l'iter presentato è avvenuto sul lavoro del 3 febbraio.

5 febbraio 1997

Intervento individualizzato su Alessia

- *Leggi*

legge il testo

- *Allora cosa ha fatto qua. Cosa ha messo insieme?*

ripercorrlamo la strategia risolutiva riportata dalla maestra

- Il costo della merenda più il costo del succo
- *E poi?*
- E poi il totale l'ha .. .. moltiplicato per 30
- *Che cos'è 30?*
- E'

silenzio

- *L'ha moltiplicato per 30. Perché?*

silenzio

- *l000 cosa è?*
- E' il totale del succo e della merendina
- *E' giusto! Perché l'ha moltiplicato per 30?*

silenzio

- *Non ti fare imbrigliare dai numeri. Cosa ti ha chiesto il testo?*
- Quanto ha speso Antonio nel mese di settembre. Allora 30 sono i giorni di settembre.

Nota dell'insegnante:

Ho avuto l'impressione che se non le avessi detto "Cosa ti ha chiesto il problema" da sola non avrebbe avuto l'idea di andare a vedere se nel testo del problema poteva trovare un'indicazione per superare le sue diffilcoltà. E' come se Alessia perdesse contatto con la situazione problematica una volta che si immerge nei numeri (ha anche difficoltà di calcolo).

- *Nella seconda strategia*
- Fa il costo delle merendine per i giorni di settembre e poi fa il costo del succo per i giorni di settembre e poi addiziona i due totali e ha il totale.
- Vediamo di applicare una di queste strategie al nuovo problema

Legge il testo del secondo problema

- *Cosa c'è di diverso?*
- Che questo parla del peso e l'altro del prezzo
- *Attenta: non farti impressionare dai numeri, fai conto di avere qui tutte quelle caramelle e tutti quei cioccolatini, praline, cosa sono. In fondo, cosa vuoi sapere?*
- Quanto pesa tutto
- *Allora scrivi quello che ti sembra giusto fare*

E' lenta, sia nello scrivere che nel calcolare, ma esegue da sola

- *Adesso leggi come avevi risolto tu e mi dici perché è sbagliato*

Legge il proprio lavoro sbagliato

- Ho messo insieme tutti e due i ... le praline e le caramelle
- *Il numero delle praline? Hai messo insieme? Allora hai fatto 20 + 10?*
- No
- *Cos'hai fatto tu?*
- Ho moltiplicato. Ho sbagliato. Dovevo guardare Il numero e il peso...

tocca sul testo

e il numero e il peso e metto insieme.

Nota dell'insegnante:

Alessia ha ancora bisogno che qualcuno le ricordi di astrarsi dai numeri e di riportarsi al problema come qualcosa di fattibile nella realtà. Si sblocca un po' quando le si dice: -fai finta di essere a casa... Fai finta di avere... Stai giocando con le tue amiche e.... Vuoi organizzare una festa e...
Non tiene sotto controllo i risultati e non la insospettisce un numero più piccolo all'arrivo rispetto ad uno più grande alla partenza in una addizione o in una moltiplicazione per numeri interi.

Moltiplico il peso di una pralina
per ~~le~~ il numero delle praline.
9 x 20 = 180 g
Moltiplico il peso ~~di~~ di una caramella
per il numero delle caramelle.
12 x 10 = 120 g
Addiziono il peso di tutte le praline
e il peso di tutte le caramelle.
120 + 180 = 300 g
Risposta
Il peso di tutto il pacchetto é 300 g

Alessia esegue correttamente e senza aiuto da parte dell'insegnante l'ultimo problema.

5.6. SULLA MEDIAZIONE INDIVIDUALIZZATA E SCRITTA DURANTE LA RISOLUZIONE DEI PROBLEMI

L'esperienza del maestro-scrivano ha dimostrato che produce molto di più aiutare il bambino, durante il suo lavoro, ad esprimere correttamente il proprio pensiero, sostenendolo nella tecnica della scrittura e dandogli l'appoggio per una formulazione corretta (aiutandolo a trovare i termini linguistici necessari, i connettivi giusti, ecc.), invece di correggere "dopo" il suo elaborato. Per analogia, si può ipotizzare che sia più utile aiutare il bambino ad esprimere il suo ragionamento matematico mentre lo costruisce, piuttosto che intervenire sul ragionamento "dopo" che lo ha prodotto.
Inoltre, forse, quando il bambino spiega il proprio ragionamento al maestro mentre lo sta producendo , è costretto, motivato, a costruirlo in modo "diverso", più organico, meno superficiale; il bambino è portato più spesso a fare il punto della situazione.
In effetti, quando abbiamo un interlocutore di fronte a noi, siamo portati ad esprimerci in modo più chiaro, in quanto vogliamo comunicare il nostro pensiero affinchè esso sia capito. Ci accorgiamo, così, che spesso, in questo sforzo, il nostro pensiero prende forma migliore, più chiara, anche per noi, in quanto più difficilmente esso si disperde prendendo direzioni diverse.
In questo paragrafo prenderemo in considerazione l'intervento di mediazione individualizzata e scritta che consiste nel porre domande scritte al bambino mentre risolve un problema, e -se occorre- nell'offrirgli la possibilità di scrivere sotto dettatura quello che lui avrebbe difficoltà a pensare e insieme a scrivere.
Gli interventi di tipo "prestamano" nel campo del lavoro matematico possono avere due funzioni:
- dato che l'azione di recupero viene condotta solo su alcuni bambini (è evidente che non tutti ne hanno bisogno), l'insegnante riesce ad ovviare all'inconveniente di dover seguire il ragionamento di tutti i bambini, fatto che può portarlo a "stanchezza" e a voler "concludere" forzatamente, a troncare il ragionamento dei bambini, a non svilupparlo;
- essendo condotti solo su pochi bambini, gli interventi di prestamano permettono di continuare quel rapporto maestro-scrivano, instaurato sin dalla prima elementare, in cui il maestro prestava la mano al bambino per scrivere il suo pensiero, aiutandolo a "sgrovigliarlo", a chiarire la sua forma linguistica; ora l'azione di "recupero" potrebbe essere quella di continuare questo aiuto linguistico, mirato allo sviluppo e all'esplicitazione del pensiero del bambino.
In questo modo l'insegnante può cogliere pienamente l'iter cognitivo del bambino stesso e quindi può intervenire aiutandolo a fare collegamenti, transfert, connessioni logiche.

In questi anni di ricerca, dall'analisi dei protocolli forniti dagli insegnanti, abbiamo riscontrato questi tipi di intervento scritto:
A - domande di incoraggiamento, come conferma del lavoro sin lì fatto dal bambino, con indicazione di "andare avanti"; *(vedi, Documentazione, Economia, pag. 191)*
B - "fare il punto", come aiuto a riprendere il discorso interrotto per stanchezza e/o disorientamento;
C - suggerimento di cambiare "pista"; *(vedi, Documentazione, Economia, pag. 178)*
D - suggerimento di riprendere il filo del discorso, magari abbandonato per prendere una "strada sbagliata";
E - "domande di orientamento", fatte con lo scopo di sbloccare il pensiero del bambino; *(vedi Documentazione, Economia, pag. 190)*
F - domande di chiarimento del testo del bambino;
G - interventi che aiutano nella comprensione della consegna o del testo che la esprime;
H - domande che portano ad una comunicazione "serrata" con il bambino, che instaurano un dialogo con funzione estrinseca, di liberazione, di conquista di un iter di pensiero.

In genere, si dovrebbe stare molto attenti a non "sostituirsi" al ragionamento del bambino, ma bisognerebbe aiutarlo con interventi che via via portino il bambino stesso a chiarire sempre di più la situazione e a "fare il punto", privilegiando quindi interventi di tipo B,F,G senza peraltro escludere gli altri.

In effetti, bisognerebbe anche avere presente che:
- chiarire il testo scritto della situazione problematica, non deve voler dire incanalare il ragionamento del bambino su binari precostituiti;
- "fare il punto" deve essere un aiuto a ricostruire il ragionamento che il bambino stesso ha fatto; e forse è bene che sia lo stesso bambino, su invito dell'insegnante, a farlo;

- cionondimeno, è importante che la tensione e la stanchezza del bambino non superino una certa soglia, per cui sembrerebbe forse anche opportuno, ad un certo punto, che l'insegnante desse comunque l'aiuto con "domande di orientamento" che favoriscano la soluzione.

Come però l'insegnante può intervenire con le sue domande di orientamento?
Assunto che l'insegnante debba aiutare il bambino mentre egli svolge il suo ragionamento, prestandogli se necessario la mano nella scrittura, allora le domande devono avere la funzione di portare il bambino stesso a trovare la soluzione, senza però che esso abbia la strada pianificata da domande "vincolanti" le sue risposte. D'altra parte, seguendo il ragionamento del bambino, l'insegnante può riuscire a capire ove stia l'ostacolo che "blocca" il pensiero del bambino stesso.

Perchè l'interazione scritta sembra più proficua di quella orale?
Probabilmente lo scritto agisce come stabilizzatore che compensa la fragilità della personalità e che implica una minor influenza degli elementi distraenti e dei disturbi di relazione (es. i compagni che "sentono" il dialogo fra il maestro e il bambino).
Inoltre, lo scritto dell'insegnante sembra fissare meglio i significanti: l'attenzione del bambino è maggiore nella lettura delle frasi scritte che nell'ascolto delle frasi dette dall'insegnante; ma l'interazione scritta probabilmente forza (oltre che fissare) il rapporto segni/significati (il bambino rilegge le frasi scritte dall'insegnante, ci ritorna sopra con lo sguardo mentre scrive la risposta). Sembra quindi contribuire ad una maggiore assunzione di responsabilità, favorendo la presa in carico delle situazioni didattiche. E ancora: lo scritto dell'insegnante costituisce una traccia di memoria per i suoi interventi successivi.
Infine, l'interazione scritta può aiutare lo sviluppo di processi di imitazione da parte del bambino. E' bene chiarire che qui si intende soprattutto l'imitazione di modelli di comportamento, che consentono un corretto atteggiamento nei confronti delle situazioni problematiche (comprensione del problema, riflessione sui dati, domande che ci si pone ad un dato stadio del processo risolutivo, pertinenza di un dato rispetto all'obiettivo che ci si pone,...). L'esposizione del bambino a modelli di comportamento intellettuale che non appartengono alla sua esperienza è finalizzato a favorire processi di interiorizzazione di essi (Vygotskij).

Dopo aver messo a fuoco i motivi per cui l'interazione scritta sembra essere uno strumento proficuo nel rapporto individualizzato insegnante/allievo, è opportuno chiarire che questa metodologia può avere dei limiti, nel tempo.
In primo luogo, la scrittura può non richiedere connessioni profonde, ma restare ad una soglia di espressioni comunicabili, il cui uso è acquisito anche attraverso l'abitudine ad interagire in questa forma, a sapere che cosa ci si aspetta dalle domande poste. Potrebbe indurre, in definitiva, ad un minor sforzo intellettuale, se il linguaggio non assumesse il ruolo di mediatore di effettivi processi mentali.
In secondo luogo, un ulteriore limite può essere dato dallo spezzettamento del percorso di ragionamento in una successione di domande/risposte che può limitare lo sviluppo della progettualità. Non sempre infatti, in sede di resoconto, c'è un'effettiva coscienza del ragionamento globale seguito: spesso determinati passaggi logici su cui il dialogo con l'insegnante è stato serrato, vengono ricostruiti con difficoltà o "dimenticati". Anche in questo caso è opportuna la presenza dell'insegnante che aiuta a ricucire le successive fasi del ragionamento.
Infine, l'interazione scritta può rappresentare un rifugio affettivo: attraverso di essa il bambino dà valore ad un rapporto personale con l'insegnante. In questo caso il confine fra limite e valore positivo è ambiguo, in quanto potrebbe rappresentare una strategia di dipendenza (se non si creano le premesse per una acquisizione personale dei concetti e delle abilità affrontate in stretto rapporto con l'insegnante) oppure una strategia che favorisce la crescita (se il rapporto personale con l'insegnante agisce sulla zona di sviluppo prossimale del bambino, ampliando l'apprendimento ed evolvendo verso una maggiore autonomia).

5.6.1. Difficoltà di gestione
Da quanto scritto appare evidente quanto questo tipo di interazione individuale insegnante-allievo possa essere difficile da gestire senza una approfondita preparazione dell'insegnante sia sul piano dell'autocontrollo linguistico (una consegna ambigua può "bloccare" o "deviare" un ragionamento), sia su quello cognitivo e matematico (come si formano i diversi significati delle operazioni, ecc.), sia su quello didattico e pedagogico (coscienza del significato dei vari tipi di intervento).