

LE CALCOLATRICI

Rispetto a quindici anni fa, quando venne iniziata l'unità didattica "Calcolatrici", molti più bambini conoscono/utilizzano mezzi tecnologici e/o informatici (se non altro come video giochi o playstation). La scuola elementare, inoltre, si sta, anche se lentamente, informatizzando; è pertanto necessario e fondamentale che l'approccio al mondo informatico si basi su attività adatte per costruire le abilità necessarie per operare con e su macchine in continua evoluzione. Per questo motivo l'U.D. "Calcolatrici" mantiene inalterata la sua importanza, in quanto con essa è possibile:

- costruire l'attenzione al rapporto tra ciò che si fa e ciò che si vede che succede per potersi chiedere che cosa è successo e perchè (capacità che permette di interagire con la macchina e di "esplorare" le sue possibilità);
- scoprire le regole interne della macchina. Entrare nella "logica" di funzionamento della macchine consente infatti di:
 - * costruire/approfondire concetti matematici
 - * preparare la mente a un uso "cosciente" dello strumento C.T., ma anche in generale informatico e tecnologico.

La documentazione, tratta prevalentemente dalla classe V di Pinerolo (ins.ti Ferrara e Bonifanti, a.s. 97/98), riporta esemplificazioni relative agli aspetti sopra citati e in particolare riguarda:

- valore posizionale delle cifre (*cfr. pag. 100*)
- significato dei numeri, dei segni (*cfr. pag. 101*)
- funzione dello 0 (*cfr. pag. 99; 102*)
- operazioni con i numeri grossi e proprietà invariantiva (*cfr. pag. 102*)
- memoria interna (programma) (*cfr. pag. 105*)
- calcolo approssimato (*cfr. pag. 105*)
- priorità delle operazioni ed espressioni con le parentesi (*cfr. pag. 107*)

L'itinerario sulle CT prevede le seguenti tappe:

- A) descrizione della propria calcolatrice e ipotesi su ciò che faccio e ciò che vedo fare alla C.T. (*vedi da pag. 98*)
- B) il lavoro sulle C.T. (*vedi pagg. 99/105*):
- C.T. e i numeri decimali
 - se vedo ... capisco che è stato battuto ... (le operazioni con la C.T.)
 - che cosa succede se ... le operazioni con i numeri grandi e la proprietà invariantiva
- C) riflessione su calcolo a mente/memoria/calcolatrice (*vedi da pag. 105*)
- D) la priorità delle operazioni e le espressioni con le parentesi (*vedi da pag. 107*)

A) DESCRIZIONE

L'attività inizia con la descrizione della propria C.T., seguita dal disegno della stessa.

La consegna dell'insegnante è stata la seguente: "Descrivi come è fatta la tua calcolatrice, spiega quando la usi, come la usi e che cosa sa fare".



Si segnala la riflessione linguistico/testuale che è seguita, in quanto da un lato ha costretto il bambino ad osservare con attenzione l'oggetto sul quale poi doveva lavorare, dall'altro è stato, in un altro contesto, lo spunto per ulteriormente riflettere sull'importanza della scelta delle informazioni da dare e sulla chiarezza espositiva.



Confronto

Per la riflessione l'insegnante ha proposto ai bambini, come attività individuale, il confronto tra il proprio testo ed uno estraneo alla classe (in questo caso elaborato dall'insegnante stessa).

DESCRIZIONE DI UNA CALCOLATRICE (C.T.)

La mia calcolatrice è una KOH-NOOR K51. E' piccola, maneggevole, da borsetta, ed è fornita di una custodia. E' un "rettangolo" di plastica rossa, di circa 6x12 cm, ed è molto leggera (50 grammi?). La cassa è spessa 1 cm. E' una C.T. che funziona ad energia solare.

Su una delle due facciate è incorporata una tastiera di 6 file di 4 tasti ognuna. Ogni tasto corrisponde ad un numero (tra 0 e 9), oppure a uno dei segni delle 4 operazioni, o ad altri simboli o segni matematici (l'uguale, il punto, la radice quadrata). Sull'unico tasto colorato di giallo c'è l'espressione ON/C (tasto accensione) e sul tasto accanto c'è la parola OFF (spegnimento).

Al di sopra della tastiera c'è il display, cioè uno "schermo" di 5x2,5 cm circa,

in materiale trasparente, sul quale compare tutto ciò che viene digitato sulla tastiera e il risultato delle operazioni svolte dalla C.T..

All'interno della cassa ci sono presumibilmente tutti i circuiti che consentono alla C.T. di eseguire i calcoli.

Sulla facciata posteriore, nella posizione opposta a quella del display, c'è un'apertura protetta da un coperchio che può essere sollevato. Sottostante a questo vano c'è l'etichetta adesiva che indica il tipo di C.T. e il paese di fabbricazione.

In genere mi servo di questa macchina quando sono al ristorante e devo scoprire qual è la parte del totale che tocca a me pagare.

Questa descrizione è stata scritta dalle maestre. Prima di confrontarla leggila attentamente, poi rispondi alle seguenti domande:

1) qual è lo scopo del testo?

2) quali informazioni vengono usate per raggiungere questo scopo? Denominale

3) quali informazioni ti sembrano essenziali per raggiungere lo scopo e quali potrebbero essere escluse o sostituite con altre?

I bambini hanno risposto ad una domanda per volta; dopo ogni risposta si è proceduto ad un confronto in classe. Terminate le risposte alle tre domande, è stato chiesto di confrontare il proprio testo con quello delle maestre per stabilire, motivandone il giudizio, quanto esso fosse chiaro ed esauriente.



Ipotesi previsionali e confronto con la realtà.

Il testo richiesto dall'insegnante è propedeutico all'attività di descrizione "batto sulla C.T. e vedo ...".

La consegna data si è così articolata:

1) Spiega con precisione che cosa succederà sul display dopo la battitura di ogni tasto se scrivi il numero 818.

2) Fai lo schema in base alla tua previsione

3) Usa la tua C.T. e spiega in "diretta" che cosa succede dopo ogni battitura se digiti il numero 818

4) Fai lo schema batto/vedo

5) Confronta il secondo testo con il primo e individua i passaggi mancanti, sbagliati o superflui.

Nel prevedere il comportamento dello strumento (C.T.) entrano in gioco la memoria di precedenti esperienze e l'attenzione che è stata posta nell'interazione con lo strumento.

Il tipo di descrizione richiesta è differente, pertanto, dalla precedente, perchè non riguarda un oggetto statico nella sua struttura, ma un qualcosa che è mutevole in quanto risposta ad

una azione. Esso presuppone infatti un'attenzione che va costruita e che è fondamentale per poter interagire costruttivamente con le macchine (*cfr. vol. VI*).

Si riporta, a titolo esemplificativo, il protocollo, elaborato individualmente, relativo solo ai punti 3) e 4).

3) Batto la cifra 8. Vedo che l'8 compare al posto dello 0, vicino al puntino tutto a destra del display. Batto la cifra 1. Compare sul display la cifra 1 a sinistra del puntino e a destra dell'8 facendolo spostare di un posto a sinistra. Schiaccio il tasto dell'8 che compare sul display a sinistra del puntino e a destra dell'1, facendo spostare l'8 e l'1 di un altro posto. Si legge il numero 818.

4)

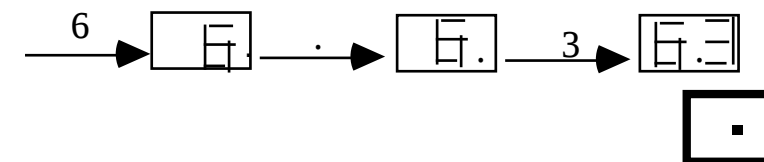


Sulla freccia ho scritto ciò che ho fatto io, nei riquadri ho registrato ciò che compariva sul display.

B) IL LAVORO CON LA CT

Lavorando con la calcolatrice emergono osservazioni relative ai numeri decimali.

Abbiamo provato tutti, calcolatrice alla mano, a scrivere il numero decimale 6,3. Ecco come sono andate le cose (schema batto/vedo)



Che cosa succede quando digiti il tasto  ?

Non succede niente, quel tasto non fa comparire il puntino perchè quest'ultimo c'è già sul display, quindi il tasto



non serve per scrivere.

A che cosa serve?

Il tasto  serve per far cambiare programma alla C.T. Il tasto  ordina alla CT "PASSA DAL PROGRAMMA NUMERI INTERI AL PROGRAMMA NUMERI DECIMALI"

Se digiti il puntino e attivi il programma "numeri decimali" vedrai che il puntino stesso si sposta verso sinistra ed ha la funzione di virgola.

Proviamo a vedere che cosa succede se vogliamo digitare 0,45

E' possibile una riflessione sullo zero come numero e come indicatore.

Si riporta a questo proposito la documentazione ("la funzione dello zero") tratta dalla classe V di Piosasco (ins. Scali/Sibona, a.s. 97/98)

La funzione dello "zero".

L'insegnante porta i ragazzi a riflettere se lo "zero" funziona come numero o come indicatore. La consegna data è la seguente:

Proviamo a scrivere il numero 0,75 senza premere il tasto 0

	cosa faccio	cosa vedo nel display	cosa significa
1	accendo la C.T.	compare 0	la C.T. è accesa
2	premo 	resta 0	lo "0" diventa numero
3	premo 	compare 0.7	sette decimi
4	premo 	compare 0.75	75 centesimi

Durante la discussione i ragazzi:

- hanno osservato che "il tasto  attiva lo zero come numero"

quindi "nella C.T. deve esserci una "regola" interna che dice che se viene battuta la virgola senza che sia stato premuto il tasto di una cifra, il numero inizia con 0" "Questa regola rende attivo lo zero". I ragazzi hanno pertanto individuato l'esistenza di un

programma di funzionamento interno alla macchina associato al tasto 

- si sono chiesti perchè compare lo zero all'accensione della macchina ("Lo zero dice che "si parte da zero", cioè che non è stata ancora segnata una quantità numerica"), cogliendo così la convenzione stabilita dal costruttore.

- si sono chiesti perchè lo zero scompare se si batte un numero e perchè scompare anche se si batte lo zero e poi un numero, scoprendo l'esistenza di un altro programma interno alla macchina ("Evidentemente la C.T. obbedisce ad un'altra regola interna che dice che gli unici numeri che possono iniziare con zero sono quelli dove lo zero ha la funzione di indicare il valore dell'unità, seguito dalla virgola e da cifre decimali. Quindi se il primo tasto battuto è zero, ma non è

seguito dal tasto , lo zero non viene attivato")

... si riflette poi sulle operazioni

SE VEDO ... CAPISCO CHE E' STATO BATTUTO

Lo schema BATTO/VEDO/VERBALIZZO porta i ragazzi a prendere familiarità con la C.T., ma soprattutto li abitua a controllare ciò che loro fanno e la risposta che hanno da parte della C.T., inducendoli a prevedere "a grandi linee" cosa succederà.

Si parte con operazioni "banali" che per la loro facilità favoriscono l'attenzione dei bambini sul funzionamento della macchina.

9 x 2 =		
BATTO	VEDO	RAPPRESENTO VERBALIZZANDO
9	9	al posto di 0. appare 9.
X	9.	il 9 lampeggia
2	2.	al posto di 9 appare 2

=	18.	appare 18. cioè il risultato
---	-----	------------------------------

.... ma anche non troppo "banali"

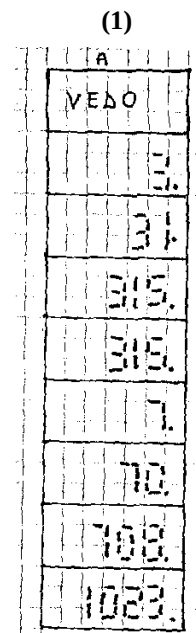
$$4 : 8 =$$

BATTO	VEDO	RAPPRESENTO VERBALIZZANDO
4	4.	il 4 appare al posto dello 0
:	4.	il 4 lampeggia
8	8.	l'8 appare al posto del 4
=	0,5	compare il risultato, cioè 0,5

Tranne due bambini, tutti hanno capito che il risultato sarebbe stato un numero decimale. Hanno visto che il dividendo, in questa divisione, è minore del divisore. Alcuni hanno visto che il dividendo è la metà del divisore.

... per giungere ad ipotizzare l'operazione effettuata

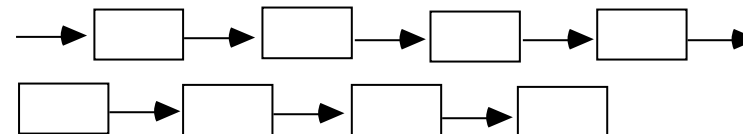
L'attività, svolta su più operazioni (a titolo esemplificativo si documenta solo una di esse), si è articolata per ciascun tipo di operazione in due momenti: dallo schema di ciò che compare sul display (1), ai tasti che sono stati battuti (2).



L'operazione impostata sulla CT è l'addizione $315 + 708 = 1023$

Qualcuno ha sbagliato perchè ha creduto che si trattasse di una moltiplicazione. Questi compagni devono aver visto che il numero che rappresenta il risultato è maggiore dei due precedenti. Questo è vero, ed è sensato, inizialmente, fare questa ipotesi di moltiplicazione. Però se avessero fatto un controllo, eseguendo un veloce calcolo mentale, avrebbero visto che la loro ipotesi era da scartare. Infatti già moltiplicando per 100 volte 315, il risultato sarebbe stato molto maggiore di 1023 (31500!!!), figurarsi x 708 volte!

(2) Senza usare la C.T., servendoti dello schema frecce/riquadri, rappresenta ciò che è stato battuto/ciò che si deve vedere sul display.



Si ritorna ad operazioni con numeri facili, ma non "scontate"

Lo schema di lavoro è simile a quello precedente: da ciò che compare sul display, alla rappresentazione dei tasti che sono stati battuti [non riportata]

8
VEDO
2
2
4
4

$$2 + 2 = 4$$

$$2 \times 2 = 4$$

6
VEDO
4
4
2

$$4 - 2 = 2$$

$$4 : 2 = 2$$

Il confronto delle verbalizzazioni ha lo scopo di individuare le differenze di natura matematica e gli aspetti linguistici relativi ad imprecisioni ed errori.

Si riporta solo il confronto relativo all'esercizio (C)

numero più alto di 4 e non più basso, perciò ho capito che il calcolo richiedeva o il segno - (cioè la sottrazione) oppure : (cioè la divisione).

Testo (Y)

Io ho scartato la moltiplicazione e l'addizione perchè il risultato è più basso delle cifre precedenti. Poteva essere sia la divisione che la sottrazione. Il risultato è lo stesso, ma cambia il segno di operazione.

Testo (Z)

Io prima di tutto ho controllato se il numero che rappresenta il risultato era maggiore o minore del primo numero (4). Ho visto che è più piccolo e quindi ho scartato l'addizione e la moltiplicazione. Poi, dato che erano rimaste la divisione e la sottrazione, ho fatto a mente: $4 - 2 = 2$ $4 : 2 = 2$

Dal confronto è emersa la correttezza delle operazioni individuate "Tutti e tre hanno motivato il fatto di aver scartato addizione e moltiplicazione. Tutti e tre hanno dichiarato che poteva trattarsi di sottrazione o divisione" e le imprecisioni linguistiche relative: all'uso degli aggettivi "Quando si parla di numeri usiamo gli aggettivi maggiore e minore e non piccolo, grande, alto, basso", alla differenza tra cifra e numero "81 è un numero, 8 e 1 sono le cifre che lo compongono", alle concordanze dei verbi "Se incomincio con l'imperfetto non devo finire con il presente".

E' inoltre seguito un approfondimento sui modi dei verbi: "Dovevamo scrivere un testo ipotesi e in effetti tutti e tre hanno ragionato per ipotesi, ma hanno usato il verbo al modo indicativo, invece di usare il congiuntivo che ci serve per esprimere una possibilità o il condizionale, che usiamo quando riteniamo che una certa cosa possa verificarsi a certe condizioni.

I compagni avrebbero potuto scrivere:

(X) ... Se moltiplicassi 4×2 otterrei un numero maggiore ...

(Y) ... Potrebbe essere oppure avrebbe potuto essere sia la divisione ... Il risultato sarebbe stato lo stesso, ma sarebbe cambiato ...

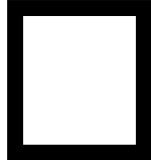
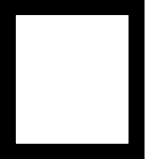
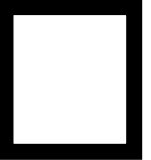
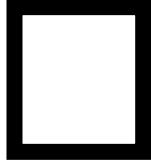
... per giungere, con operazioni più complesse, a riflettere sul



Testo (X)

Visto che il primo tasto battuto, cioè 4, era più grande del risultato, ho subito pensato alla divisione e alla sottrazione perchè se moltiplico 4×2 ottengo un

significato dei numeri, dei segni, e al senso del risultato.

(A) 31,6		4,2=35,8
(B) 3150,6		17,2=3133,4
(C) 435,2		29,5=12838,4
(D) 655,8		12=54,65

A) avrebbe potuto essere un'addizione o una moltiplicazione; si è scelta la prima ipotesi perchè il numero che rappresenta il risultato non è dell'ordine di grandezza adeguato per una moltiplicazione dei dati. Per C), allo stesso modo, si è scartata l'addizione e scelta la moltiplicazione.

Per B) sarebbe stato possibile che si trattasse di una divisione o di una sottrazione; è stata scelta la seconda ipotesi perchè, rispetto ai dati numerici da combinare, il risultato è rappresentato da un numero che appartiene ad un ordine di grandezza molto vicino al minuendo (lo stesso ragionamento, ma scelta inversa, per D).

... e anche ad approfondire operazioni particolari, come un numero

moltiplicato o diviso per zero

L'operazione battuta in questa sequenza è $12,5 \times 0 = 0$. Abbiamo scartato l'ipotesi $12,5 - 12,5 = 0$ perchè questa avrebbe avuto una sequenza di numeri sul display molto più lunga di quella data. Abbiamo anche scartato l'ipotesi $12,5 : 0 = 0$ perchè su molte calcolatrici battendo $12,5 : 0$ compare E (error) e su altre l'indicazione "operazione illecita", o simili.

Che cosa succede se ... la scrittura dei numeri grandi e la proprietà invariantiva.

Si riportano tre gestioni differenti: la prima (A), tratta dalla classe di cui si documenta tutto l'iter, è rilevante per la significatività concreta dei "numeri grandi"; la seconda (B) (Scali/Sibona, 97/98) in quanto l'attività è condotta con il metodo del confronto; la terza (C) (Vanna Pontiglione, 93/94) in quanto significativa per il lavoro sulle proprietà delle operazioni e in particolare sull'introduzione della proprietà invariantiva.

Gestione (A)

Data un'operazione del tipo

$$2,5 \times 80.000.000 =$$

vengono registrati i diversi comportamenti delle C.T. presenti in classe e, dopo aver effettuato il calcolo a mano, si cerca di capire il perchè delle risposte apparse sui display.

- (A) E 2.
- (B) 2.0000000 E
- (C) E 2.0000000
- (D) ERROR
2.0000000
- (E) E 2.0000000
- (F) 200000000.
- (G) 200'000'000.

I bambini, cercando di interpretare i risultati dati dalle C.T., hanno notato che "le C.T. che rispondono <sbagliato> hanno un display che può ricevere solo 7 o 8 cifre" e che ognuno "dovrà fare i suoi conti e aggiungere quelli mancanti, ma potrà farlo solo se saprà

calcolare l'ordine di grandezza del risultato", giungendo pertanto a comprendere l'importanza di conoscere come è stata programmata la propria C.T. per poter interagire con essa "Se sai che la tua C.T. è stata costruita con dei limiti, la puoi aiutare facendo tu una parte di calcolo".

Per conoscere il comportamento delle C.T. (F) e (G) in caso di risultati con cifre superiori alla grandezza del display, viene pensato un calcolo con numeri nell'ordine di grandezza delle centinaia di milioni. Dall'idea di un compagno che riconosce nell'operazione con i numeri pensati ($900.000.000 \times 300.000.000 =$) un possibile calcolo di superficie di un territorio, i ragazzi riconoscono:

- sia perché intervenire togliendo degli zeri (passando così da cm a km) per far stare il numero sul display

"Matteo B. ha pensato al caso delle equivalenze tra misure lineari come al caso che fa capire bene il ruolo giocato dagli zeri. Abbiamo provato a fare un viaggio a tappe dal nord al sud d'Italia (Torino-Reggio Calabria). Prima abbiamo fornito alle C.T. a 8 posti i dati in milioni di cm. Infatti la scala della cartina è 1 : 4.500.000 ($4.500.000 \text{ cm} = 45 \text{ km}$). Però, arrivati a Cosenza, abbiamo dovuto fermarci perché la C.T. segnalava E.

Allora abbiamo azzerato e ricominciato inserendo nella C.T. i dati sotto forma di distanze chilometriche. In questo modo la C.T. li ha accolti e ha fornito la risposta senza fare storie."

- sia la logica del programma inserito nelle C.T.

"Le C.T. come quella di Giulia (10 posti sul display), hanno risposto con una scritta particolare $2 \cdot 7^{17}$. Claudia ha interpretato questo risultato con la seguente ipotesi: bisognerà moltiplicare $2,7 \times 1$ seguito da 17 zeri. Lo abbiamo fatto, il risultato è 27 seguito da 16 zeri perché il diciassettesimo è rappresentato dallo spostamento della virgola.

Quel 17 è l'esponente di una potenza di 10. Il numero ottenuto è 270.000.000.000.000.000 !!!

270 milioni di miliardi"

Gestione (B)

Partendo dall'osservazione dei ragazzi che sul display possono comparire numeri con al

massimo otto cifre, l'insegnante chiede di trovare una strategia che consenta di scrivere sul display della calcolatrice numeri che superino il miliardo.

La riflessione viene gestita con il confronto di strategie, chiedendo ai ragazzi di verificarle immaginando di eseguire un'addizione fra numeri grandi. La consegna, individuale, è di controllare se ciascuna possibilità è corretta e fattibile e quali difficoltà si potrebbero incontrare.

confr

Prima possibilità

Si potrebbero semplificare i numeri: se i numeri da addizionare sono fino a 10 cifre, possiamo dividerli tutto per 100, così li posso sommare perché sono diventati di otto cifre e al termine, per conoscere il risultato reale, posso moltiplicare il risultato ottenuto dalla C.T. per 100.

Seconda possibilità

Possiamo scrivere sulla C.T. solo le prime 7 cifre di ciascun numero. Le altre le tengo a mente, le sommo (eventualmente posso farlo in un secondo tempo sulla calcolatrice) e poi aggiungerò il risultato a quello precedente.

Terza possibilità

Divido ciascun numero in due parti, scegliendo un modo di dividerli uguale per tutti i numeri; ad esempio, scrivo sulla C.T. solo i milioni ($1.450.768.000$ diventa sulla C.T. 1.450 e so che sono milioni) e sommo tutti i milioni. Poi faccio la stessa cosa con l'altra parte dei numeri (nell'esempio, sarebbe 768.000). Ottengo due somme che potrò poi facilmente mettere indiemme alla fine.

La discussione in classe, seguita al confronto individuale, verte sull'ipotesi di dover sommare dei numeri grandi, composti anche con cifre di unità semplici per i quali è necessario procedere ad arrotondamenti per eccesso o per difetto:

$$\begin{array}{r} 196.385.000 + \\ 1.745.679.000 + \\ 865.644.351 = \end{array}$$

Applicando le tre possibilità messe a confronto con l'esempio numerico emergono riflessioni che riguardano:

- la significatività delle cifre in relazione alla grandezza del numero ("La prima possibilità ci sembra corretta, però si possono incontrare due difficoltà. La prima riguarda i numeri di cui non si tiene conto dopo aver diviso per 100 (ad esempio scomparirà il 51). Tuttavia 51 unità sono una quantità trascurabile rispetto al risultato finale per cui si potrebbero anche eliminare")

- la necessità di effettuare un calcolo mentale rapido sugli ordini di grandezza prima di stabilire per quanto dividere i numeri ("La seconda difficoltà riguarda

il rischio che nel risultato possa comparire un numero di nove cifre a causa di eventuali riporti. Bisogna calcolarlo prima a mente e poi semmai decidere di dividere i numeri in modo che abbiano sette cifre: sul display resterebbe lo spazio per gli eventuali riporti")

- la significatività della posizione delle cifre ("La seconda possibilità induce ad un errore: prendendo le prime 7 cifre, può succedere di far cambiare il significato delle cifre. Nel nostro conto

$$\begin{array}{r} [1.963.850 + \\ 1.745.679 + \\ 8.656.443 =] \end{array}$$

il secondo numero cambia significato e non si accorda con gli altri numeri. Prendere le prime cifre può voler dire prendere ordini di grandezza diversi da quelli dei numeri considerati")

- la necessità di mantenere costante il controllo sui valori numerici che si ottengono ("La terza possibilità ci sembra corretta perchè mantiene il significato dei numeri e dell'operazione. Però quando si mettono insieme le due somme bisogna controllare l'ordine di grandezza dei numeri, riportando il numero che esprime la somma al suo significato di milioni")

Gestione (C)

I bambini dopo aver osservato capacità differenti sui display delle loro C.T.

("Delle C.T. che usiamo in classe 18 hanno posto per numeri di 8 cifre, mentre 3 hanno posto per numeri di 10 cifre"), hanno analizzato i diversi comportamenti riguardo alla scrittura dei numeri grandi ("Abbiamo scritto sulle C.T. da 10 posti tanti 9 quanti ce ne stavano, poi abbiamo aggiunto 1. Le calcolatrici si sono comportate in modo diverso. La maggior parte ha segnalato "errore"; quelle di Vanna e di Valentina hanno segnalato sul display 1^{10} ") giungendo a riflettere sul numero espresso come potenza di 10:

"La calcolatrice non poteva scrivere il numero perchè non ci stava, però non ci ha segnalato errore; vuol dire che ce lo ha

dato scritto in modo diverso. Abbiamo cercato di capire che cosa vuol dire 1^{10} . Se facciamo novemilannovecentonovantanovemilannovecentonovantanove + uno = 10 miliardi; $1 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10.000.000.000$. Allora 1^{10} vuol dire $1 \times 10 = 10$ ripetuto 10 volte "

I bambini si sono posti quindi il problema di come poter effettuare i calcoli con numeri che superano le 8 cifre.

Si parte dall'ipotesi, emersa dalla classe, di modificare i numeri togliendo più zeri possibile e la si verifica nelle operazioni.

Come possiamo comportarci nel caso di una moltiplicazione?

$$\text{Esempio: } 100.000.000 \times 2.000 =$$

Tolgo 3 zeri a 2.000 e 3 zeri a 100.000.000, poi dopo aver moltiplicato i 2 numeri devo aggiungere (3 + 3) zeri perchè togliendone 3 ho diviso ogni numero per 1.000 quindi il risultato sarebbe diviso per 1.000.000 (1.000×1.000).

$$1.000.000 \times 2.000 =$$

$$(100.000 \times 2) \times 1.000.000 = 200.000.000.000$$

Come possiamo comportarci nel caso di una addizione o sottrazione di numeri con molti zeri?

$$\text{Esempio: } 284.000.000 + 65.000.000 =$$

Per eseguire questa operazione tolgo da ogni numero lo stesso tot. di zeri (ad esempio 3), poi i numeri ottenuti li addiziono, poi il risultato ottenuto lo moltiplico per gli zeri tolti (cioè: $\times 1.000$).

Calcolo

$$284.000.000 + 65.000.000 =$$

$$284.000 + 65.000 = 349.000$$

$$349.000 \times 1.000 = 349.000.000$$

Verifico:

$$284.000.000 +$$

$$65.000.000 =$$

349.000.000

Esempio: 1.943.000.000 - 856.700.000 =

Per eseguire questa operazione tolgo da ogni numero lo stesso tot di zeri, poi le cifre ottenute le sottraggo, poi il risultato lo moltiplico per gli zeri tolti (cioè x 100.000)

Calcolo

$$1.943.000.000 - 856.700.000 =$$

$$1.943 - 8567 = 10.863$$

$$10.863 \times 100.000 = 1.086.300.000$$

Verifico:

$$1.943.000.000 - 856.700.000 =$$

$$1.086.300.000$$

Sia per l'addizione che per la sottrazione bisogna togliere sempre lo stesso tot di zeri ai numeri, così alla fine devi moltiplicare il risultato per gli zeri tolti.

Come si comporta la divisione? Prova a scoprirlo utilizzando questo esempio:

$$9.454.000.000 : 25.000 =$$

Tolgo ad ogni numero lo stesso tot di zeri e poi faccio la divisione.

$$9.454.000 : 25 = 378.160$$

Però poi non aggiungo gli zeri tolti perchè verrebbe un numero troppo grande. Se io faccio questa operazione per esteso ottengo lo stesso numero.

Verifico:

$$\begin{array}{r|l} 9.454.000.000 & 25.000 = 378.160 \\ \hline 7.500.000.000 & 25.000 \times 300.000 = 7.500.000.0 \\ \hline 1.954.000.000 & 25.000 \times 70.000 = 1.750.000.0 \\ \hline 1.750.000.000 & \\ \hline 204.000.000 & 25.000 \times 8.000 = 200.000.0 \\ \hline 200.000.000 & 25.000 \times 100 = 2.500.0 \\ \hline 4.000.000 & \\ \hline 2.500.000 & 25.000 \times 60 = 1.500.0 \\ \hline 1.500.000 & \\ \hline 1.500.000 & \\ \hline ===== & \end{array}$$

Si giunge così alla scoperta della proprietà invariantiva:

Abbiamo scoperto che la divisione si comporta diversamente da tutte le altre operazioni, infatti si possono togliere gli zeri, in misura uguale nei due numeri, ma poi non si deve fare nulla al risultato, perchè viene già esatto.

Abbiamo sperimentato questa proprietà con questo esempio:

$$9.000 : 3.000 = 3$$

$$900 : 300 = 3$$

$$90 : 30 = 3$$

$$9 : 3 = 3$$

C) CALCOLO A MENTE, MEMORIA E CALCOLATRICE

Dalle operazioni che la mente esegue per calcolare a mente a ciò che deve avere la C.T.: verso la programmazione.

E' molto importante "entrare dentro" la logica di funzionamento delle calcolatrici, tramite il linguaggio verbale, scoprendo così a poco a poco che si tratta di macchine programmate e che i programmi (oltre che le risorse fisiche: memorie interne in più o in meno) sono gli elementi

che differenziano le prestazioni tra le diverse calcolatrici.

A livello adulto è bene riflettere sul fatto che la differenza di fondo tra calcolatrici e calcolatori è che questi ultimi danno la possibilità all'utente di lavorare con programmi da lui costruiti, che si aggiungono ai programmi "incorporati" una volta per tutte nella macchina dal costruttore.

L'attività si svolge in 4 fasi:

I) elaborazione di ipotesi individuale sotto la seguente consegna: "Che cosa ritieni sia importante per riuscire ad eseguire a mente il calcolo di una operazione tra due numeri, come per esempio una moltiplicazione? (Fai riferimento all'attività "lavagnette" [gare di calcolo a mente, cfr.]; scrivi un elenco preciso delle cose che bisogna sapere/saper fare)

II) confronto delle ipotesi prodotte e discussione in classe sulla memoria delle C.T.

III) la memoria delle CT



IV) la funzione del tasto

II) Dal confronto delle ipotesi emergono:

- la necessità di conoscenze di tipo matematico ("è indispensabile sapere il significato dei segni ", "possedere strategie di calcolo e saperle scegliere in situazione (es. composizione/scomposizione)", "conoscere le tabelline e le proprietà di ciascuna operazione per capire l'ordine di grandezza del risultato")

- la capacità personale di memorizzare ("10 bambini su 17 ritengono che prima di tutto comunque sia indispensabile memorizzare i dati detti dalla maestra").

- la necessità che nella C.T. ci sia una memoria di lavoro. Infatti dall'affermazione di un compagno ("la C.T. deve per forza avere una memoria dato che il primo numero digitato scompare dal display dopo la battitura del segno di operazione") si ragiona su una operazione come

$$126 \times 35 =$$

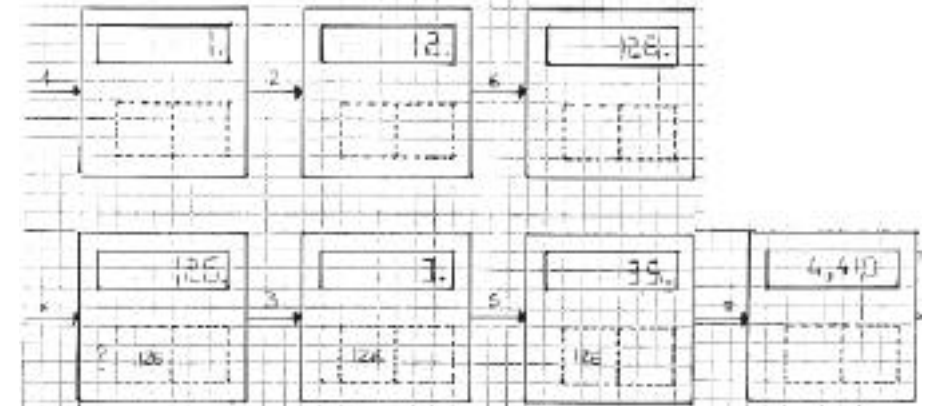
"All'interno della C.T. ci deve essere un posto di memoria dove conservare prima di tutto il segno x e poi il moltiplicando, che è il primo numero a sparire dal display." (Salvatore)

"Questo posto è un po' come lo scaffale del deposito bagagli di

Venezia dove noi abbiamo lasciato i nostri zaini giusto per il tempo di andare a fare l'ultimo giro." (Adriana)

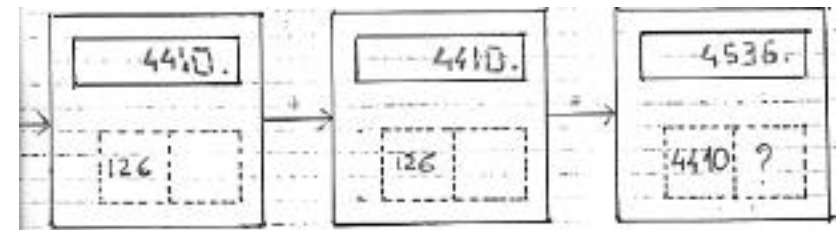
Molti pensano che all'interno della C.T. ci debbano essere due posti o almeno un posto per due numeri.

III) Per capire il funzionamento della memoria operativa della C.T. l'insegnante propone di visualizzare l'operazione su una sequenza cosa faccio/cosa vedo/cosa succederà dentro



e poi controllare sulle C.T. della classe quali numeri sono rimasti in memoria digitando solamente altri segni, come + e =

Ecco cosa è capitato, o meglio, che cosa si è visto su alcune calcolatrici



Su queste calcolatrici 4536 segnala che al precedente risultato è stato aggiunto 126, quindi si capisce che 126 era in memoria. Solo 126!

Si esaminano anche i comportamenti, diversi, di altre C.T.:

- quelle che tengono in memoria il risultato ma chiudono l'operazione

"Altre C.T. non hanno fatto una piega: si è sempre visto

4410. Allora abbiamo riaccessato la C.T., riimpostato l'operazione, digitato il tasto M+ dopo 126, battuto + e = dopo 4410 si è visto 4536 sul display."

- quelle che vuotano la memoria con la chiusura dell'operazione ("Sulla C.T. di Andrea è sempre comparso lo 0")

- quelle che tengono in memoria il risultato e mantengono aperta l'operazione ("Su altre C.T. è apparso 8820, quindi doveva essere stato memorizzato 4410 e la C.T. ha fatto $4410 + 4410 = 8820$ ")

E si giunge alla conclusione che "nessuna C.T. aveva memorizzato x oppure 35, quindi non vengono memorizzati i due numeri. Inoltre abbiamo scoperto che alcune C.T. mandano in memoria il risultato."



IV) Funzione del tasto e programma.



Si cerca quindi, ribattendo più volte il tasto , di capire quando i numeri entrano in memoria e se i segni vengono memorizzati. Si scopre così, sempre utilizzando la procedura di rappresentare su sequenze "batto/vedo/cosa succederà dentro":



- la funzione del tasto

- quale programma di memoria è inserito nelle diverse C.T.



Se batto $30 + 20 =$ e ribatto più volte :

- ci sono C.T. che aggiungono sempre 20. Allora vuol dire che è entrato in memoria il +20

- ci sono C.T. che aggiungono sempre il risultato. Allora vuol dire che è entrato in memoria +50

Per verificare se effettivamente è entrato in memoria anche il segno dell'operazione

digitata, si prova con gli altri segni di operazione.

Le rappresentazioni si riferiscono al comportamento della CT della bambina di cui si riporta la documentazione.

La mia C.T. ha memorizzato -20



Proviamo ora a vedere che cosa succede se batto $30 - 20$ e poi batto per un certo numero di volte il segno =

"14 C.T. su 17 tolgono sempre 20; le altre 3 sono più sofisticate, memorizzano il risultato e tolgono sempre quello"

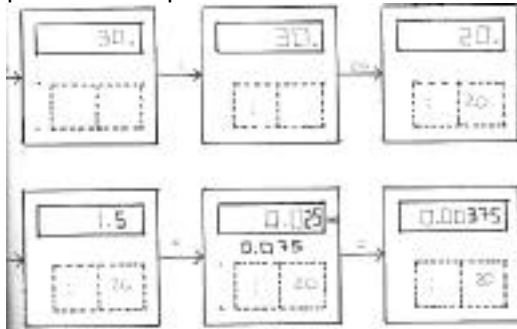
Proviamo ora a vedere che cosa succede se batto 30×20 e poi batto tra volte =

La mia C.T. memorizza $\times 30$



Sorpresa! Il gruppo delle C.T. scientifiche si assottiglia! Solo quella di Giulia e quella di Andrea continuano a rispondere 600 dimostrando così di aver memorizzato il risultato.

Proviamo ora a vedere che cosa succede se batto 30 : 20 e poi batto più volte =



La mia C.T. ha memorizzato :20.

Che cosa avranno memorizzato le C.T. di Giulia e di Andrea?

1,5

Si giunge così alla conclusione che "ogni C.T. risponde secondo il progetto di costruzione" e che "il comportamento della calcolatrice è costante, invariabile, prevedibile e regolare. E' programmata in modo che risponda alla stesso modo se si presenta la stessa situazione."

Per quanto riguarda il programma inserito "tutte le C.T. memorizzano il segno dell'operazione", ma "le C.T. 'più sveglie' memorizzano sempre il risultato; invece quelle normali, se è un'addizione memorizzano sempre l'ultimo addendo, se è una sottrazione memorizzano il sottraendo; per la moltiplicazione il moltiplicatore, per la divisione il divisore.", giungendo alla conclusione che "l'importante, quindi, quando hai in mano una C.T. è conoscerla".

D. LA PRIORITA' DELLE OPERAZIONI E LE ESPRESSIONI CON LE PARENTESI

Riconosciuta l'esistenza di un programma e di capacità differenti delle C.T., si passa a scoprire come si comportano le C.T. di fronte ad una catena di calcoli.

Data una sequenza facilmente gestibile anche a mente, del tipo

$$2 + 3 \times 4 =$$

si chiede ai bambini di ipotizzare il diverso comportamento delle C.T.

Tutte le C.T. hanno risposto 20, tranne quelle di Giulia e di

Andrea che hanno dato 14.

Che cosa può spiegare la differenza di risultato ottenuta?

Per me certe C.T. sono più scientifiche e memorizzano altri numeri. Qual è la sequenza di calcoli fatta dalle C.T. meno sveglie e da quelle più sveglie?

Le C.T. meno sveglie devono aver fatto questi calcoli:

$$2 + 3 = 5$$

$$5 \times 4 = 20$$

Invece le C.T. più sveglie hanno fatto

$$3 \times 4 = 12$$

$$12 + 2 = 14$$

Dalla discussione di classe emerge che: "ci sono due diversi modi di fare i conti rappresentabili con le seguenti espressioni:

- il modo delle C.T. più semplici $(2 + 3) \times 4 = 20$

- il modo delle C.T. scientifiche $2 + (3 \times 4) = 14$

La parentesi racchiude il calcolo che ha la precedenza."

E nascono anche alcune domande:

1) che cosa è successo nelle C.T. scientifiche?

2) che cosa c'è in memoria di queste C.T.?

3) quale di questi risultati è quello giusto?

Matteo ipotizza che le C.T. tipo scientifiche (più costose e poco diffuse nella nostra classe) posseggono una memoria in più. Ci sembra che Matteo la dica giusta, ma non sappiamo perchè la moltiplicazione venga considerata da queste C.T. più importante dell'addizione.

Si riflette sulla priorità delle operazioni.

La scoperta di differenti comportamenti nelle CT porta i ragazzi a riflettere su quale potrebbe essere il significato di operazioni concatenate.

Si prova e si discute su una sequenza di operazioni.

"Se devo calcolare con la CT $30 + 41 \times 9$ dovrò aver chiaro se voglio calcolare $(30 + 41) \times 9$, oppure $30 + (41 \times 9)$ "

"E' come quando dobbiamo calcolare l'area del trapezio.

Dobbiamo fare la somma delle basi per l'altezza. Infatti usiamo le parentesi per indicare che prima si devono sommare le due basi"

"E' curioso che con le CT scientifiche, che sono quelle più sveglie, dobbiamo calcolare noi prima la somma delle basi, poi digitare l'uguale e il risultato moltiplicarlo per l'altezza"

"Sì, perchè se noi diciamo $30 + 41 \times 9$, vuol dire che intendiamo 41 9 volte, se invece vogliamo dire che bisogna fare $30 + 41 \ 9$ volte, dobbiamo mettere la parentesi"

"Anche con la divisione è la stessa cosa. Se noi diciamo $15 + 40 : 2$, vogliamo dire che a 15 va sommato 20"

La discussione continua sollecitata dalla domanda dell'insegnante: "Come sarà organizzata la CT scientifica per quanto riguarda ciò che deve memorizzare?" Si giunge così, utilizzando la parafrasi del vigile, a comprendere che "le CT scientifiche si comportano come se all'interno avessero un vigile che come nella realtà dà la precedenza, qui alle ambulanze, là a certe operazioni e ne ferma altre" e ad ipotizzare che le CT scientifiche abbiano due memorie "perchè noi sappiamo che una memoria di CT è in grado di memorizzare una sola cosa (numero e segno) e, visto che ciò che sparisce dal display della CT scientifica è stato utilizzato perchè l'addizione che era stata sospesa è poi stata eseguita, allora vuol dire che hanno una memoria in più."

L'attività prosegue con la risoluzione di un problema in cui sia necessario l'uso delle parentesi per formalizzare correttamente la procedura di calcolo.

Il problema proposto nella classe di cui si riporta la documentazione è stato il seguente:

Ho 10.000 £, compro 3 gelati che costano 1800 lire ciascuno. Quanto ricevo di resto?

1) Risolvi "a mano" il problema, dichiarando le procedure che usi (progetto verbalizzato, calcolo e risultati in riga)

2) A conclusione scrivi un'espressione numerica che riassume la tua risoluzione in un'unica formula.

3) Immagina di impostare l'espressione del problema su due

diverse CT: una che non ha gerarchia delle operazioni e una CT scientifica

4) Come pensi di fare per "costringere" la CT più elementare a dare il risultato esatto?

A titolo esemplificativo dello schema batto/vedo/memoria si riporta la documentazione relativa alla risposta 3)

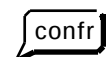
3) (A) UNA CT CHE NON HA LA GERARCHIA DELLE OPERAZIONI
riempio lo schema batto/vedo/memoria

BATTO	VEDO	MEMORIA
1	1.	----
0	10.	----
0	100.	----
0	1000.	----
0	10000.	----
-	10000.	10000 -
1	1.	10000 -
8	18.	10000 -
0	180.	10000 -
0	1800.	10000 -
X	8200.	8200 X
3	3.	8200 X
=	24600.	8200 X

(B) UNA CT SCIENTIFICA

BATTO	VEDO	MEMORIA 1	MEMORIA 2
1	1.	----	-----
0	10.	----	-----
0	100.	----	-----
0	1000.	----	-----
0	10000.	----	-----
-	10000.	10000 -	-----
1	1.	10000 -	-----
8	18.	10000 -	-----
0	180.	10000 -	-----
0	1800.	10000 -	-----
X	1800.	10000 -	1800 X
3	3.	10000 -	1800 X
=	4600.	5600 -	-----

Solo la CT di tipo B dà il risultato corretto.



Dalla discussione che ne è seguita sono emerse varie soluzioni che l'insegnante ha riportato su scheda per proporre una ulteriore riflessione.

Ecco le soluzioni che avete trovato al problema:

Come riuscire a far eseguire anche alla CT "elementare" l'espressione

$$10.000 - (1800 \times 3) =$$

[1] Impostare per prima la moltiplicazione $1800 \times 3 = \dots\dots\dots$ e tenere a mente il risultato, usando la propria memoria come memoria esterna prestata alla CT. digitare il tasto C e poi la sottrazione $10000 - 5400 = \dots\dots\dots$ ottenendo così il risultato esatto.

Rappresenta con un grafo a frecce questa soluzione

[2] Digitare $10000 - 1800 = \dots\dots\dots$ e avendo ottenuto la differenza tra questi due numeri, rappresentata dal numero comparso sul display, digitare di nuovo $- 1800 = \dots\dots\dots$ Quindi, ottenuta la differenza tra 8200 e 1800, sottrarre ancora 1800, digitando per la terza volta $-1800 = \dots\dots\dots$

In sintesi: eseguire tre sottrazioni di seguito.

Rappresenta con un grafo a frecce questa soluzione

[3] Impostare la moltiplicazione $1800 \times 3 = 5400$. Digitare il tasto M+ e fin qui sul display si vede 5400. Poi impostare $10000 - MRC = \dots\dots\dots$

[4] Digitare la moltiplicazione 1800×3 , quindi il tasto M+ e poi di seguito $-10000 = \dots\dots\dots$

A) Completa le rappresentazioni grafiche ai punti 1 e 2

B) Colora il riquadro corrispondente alla tua soluzione

Gli ultimi due modi ci hanno fatto capire che, oltre ad una funzione automatica di memoria, nella CT c'è anche la funzione intenzionale, rappresentata dai tasti M+ M- MR, per usare/ricchiama la memoria.

Tutto dipende dalla volontà della persona che imposta i calcoli sulla CT e dalla conoscenza che questa persona ha della sua CT.